PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 9. 1. Mai 1916. 17. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 10 am 6. Mai 1916.

INHALT:

Originalmitteilungen:

F. Zerner, Über die Frage der Elektrizitätsladungen, welche die der Elektronen unterschreiten. S. 165.

K. Uller, Grundlegung der Kinematik einer physikalischen Welle von elementarer Schwingungsform. I. S. 168.

V. Kommerell, Die Bahn der Schallstrahlen in der Luft unter dem Einfluß der Temperatur. S. 172.

M. Siegbahn u. E. Friman, Über einen Vakuumspektrographen zur Aufnahme von Hochfrequenzspektra und eine mit demselben ausgeführte vorläufige Untersuchung der seltenen Erden. S. 176.

H. Hörig, Versuche über den Einfluß der Bestrahlung mit ultraviolettem Licht auf das Emissionsvermögen von Metalien im Ultrarot. S. 178.

Besprechungen:

J. Rippel, Methodik des Unterrichts in der Chemie. S. 191.

Enzyklopädie der Photographie.

M. Andresen, Das latente Lichtbild, seine Entstehung und Entwicklung. S. 191.

H. Müller, Die Mißerfolge in der Photographie und die Mittel zu ihrer Beseitigung. I. S. 191.

H. v. Mangoldt, Einführung in die höhere Mathematik für Studierende und zum Selbststudium. III. S. 192.

M. J. Langguth, Der physikalische Schülerversuch in der Volksschule. S. 192.

Personalien. S. 192.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Frage der Elektrizitätsladungen, welche die der Elektronen unterschreiten.

(Entgegnung auf die Antwort des Herrn Harvey Fletcher, diese Zeitschrift **16**, 316, 1915.)

Von Fritz Zerner.

In einem Aufsatz in dieser Zeitschrift[1]) wurde nachgewiesen, daß der nach der Ehrenhaftschen Methode an submikroskopischen Metallpartikeln gefundene Widerspruch der Resultate der Berechnung für Radius und Ladung aus den Widerstandsgesetzen einerseits und aus der Theorie der Brownschen Bewegung andererseits auch an kleinen Ölkügelchen statthat, und daß nach beiden Berechnungsarten auch an nichtmetallischen Materieteilchen sich Unterschreitungen des hypothetischen Elementarquantums und Abweichungen von demselben ergeben. Gelegenheit dazu boten die Messungen von Millikan und Fletcher[2]), aus welchen diese ein unteilbares Elektrizitätsatom von $4{,}8 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. feststellen zu dürfen glaubten.

Die Autoren hatten jedoch ihr Zahlenmaterial keineswegs einer die wichtigen Fragen erschöpfenden Bearbeitung unterzogen. Dadurch nämlich, daß ich bei den Partikeln, die von Millikan und Fletcher bloß auf Grund der Brownschen Bewegung berechnet worden waren, nach dem Widerstandsgesetz den Radius bzw. die Ladung rechnete, und umgekehrt bei jenen, welche sie nach dem Widerstandsgesetz berechnet hatten und bei welchen die Größe der Schwankung dies als korrekt zuließ, in Anwendung der Einstein-Smoluchowskischen Theorie der Brownschen Bewegung aus den statistischen Abweichungen der Fall- bzw. Steigzeiten von ihrem Mittelwerte, das Produkt aus dem Gewicht dieses Teilchens in die Loschmidtsche Zahl Nmg und das Produkt der vom Partikel getragenen Ladung in die Loschmidtsche Zahl Ne, welches nach der Elektronentheorie das elektrochemische Äquivalent niemals unterschreiten dürfte, sondern $96{,}7 \cdot 10^3$ Coulomb oder Multipla dieser Größe betragen müßte, ermittelte, gelang es mir zu zeigen, daß auch bei ihnen der nunmehr von Fletcher bestrittene Widerspruch der Resultate auftritt und daß sich nach beiden Methoden Unterschreitungen des Elementarquantums auch an den Messungen dieser Autoren feststellen lassen.

Seither hat die Sachlage noch insoweit eine weitere Klärung erfahren, als optische Untersuchungen Ehrenhafts[1]) (Bestimmung der Teilchengröße aus der Farbe des seitlich von dem Teilchen abgebeugten Lichtes) die Ergebnisse der Widerstandsgesetze erneuert auf unabhängigem Wege bekräftigten. Ferner haben Erörterungen von Schrödinger[2]), v. Smoluchowski[3]) und Konstantinowsky[4]) Fletchers Formel der Brownschen Bewegung als unrichtig erwiesen und die alte Berechnungsweise als theoretisch streng korrekt bestätigt.

In meiner vorzitierten Abhandlung hatte ich gezeigt, daß ein von Millikan und Fletcher nach dem Widerstandsgesetz berechnetes Ölpartikel nach der Brownschen Bewegung nur

1) F. Zerner, diese Zeitschr. **16**, 10, 1915.
2) R. A. Millikan, Phys. Rev. **32**, 350—397, 1911; H. Fletcher, Phys. Rev. **33**, 81—110, 1911.

1) F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **15**, 952, 1914; **16**, 227, 1915.
2) E. Schrödinger, diese Zeitschr. **16**, 289, 1915.
3) M. v. Smoluchowski, diese Zeitschr. **16**, 318, 1915.
4) D. Konstantinowsky, diese Zeitschr. **16**, 369, 1915.

ca. $^2/_3$ des elektrochemischen Äquivalents ergibt. Fletcher sucht nun diesen meinen Einwand zu entkräften, und aus der bezüglichen Serienmessung erneuert ein Ne zu $96{,}7 \cdot 10^3$ Coulomb zu berechnen. Doch diese Berechnung hält einer kritischen Prüfung nicht stand; denn erstens benützt er dazu seine in Phys. Rev. 1914 angegebene, nunmehr als unrichtig erkannte Formel, zweitens behandelt er die beiden Serien der Fallzeiten, deren erste zu einem Ladungswert, deren zweite zu einem anderen Ladungswert des Partikels gehört, gesondert, wozu keine Veranlassung vorliegt, da nach den Ergebnissen aller Autoren[1]) die Unabhängigkeit der Fallgeschwindigkeit im Schwerefelde von der Ladung erwiesen ist, und drittens eliminiert er aus den Zeitmessungen dieses Partikels (publiziert diese Zeitschr. **12**, 161—163, Phys. Rev. **32**, 394, 1911, diese Zeitschr. **12**, 205, 1911, Tabelle 3) einzelne Zeiten, was eine weitere Änderung des Resultats zu seinen Gunsten verursacht. Demnach entbehrt Fletchers Angabe, daß der aus vier Werten von Ne, die, nebenbei bemerkt, untereinander Schwankungen von 200 Proz. aufweisen, gemittelte Betrag von $Ne = 96{,}7 \cdot 10^3$ Coulomb ist, somit von dem aus der Elektrolyse gewonnenen nur um 2 Promille abweicht, jeder Grundlage, da in korrekter Weise gerechnet, sich Ne zu ca. $^2/_3$ dieses Wertes ergibt, ein Resultat, das mit einem Fehler von 7 Proz. behaftet ist[2]).

In meiner eingangs zitierten Arbeit hatte ich ferner, wie erwähnt, Öltröpfchen, die Fletcher in einer Abhandlung über die Brownsche Bewegung veröffentlichte, nach dem Widerstandsgesetz von Stokes-Cunningham berechnet. Auch hier ergaben sich bei einem Teile derselben starke Unterschreitungen des sogenannten Elementarquantums, die in der Natur der Erscheinung begründet sind.

In seiner Erwiderung betont Fletcher, „daß der Hauptzweck dieser Arbeit war, die Gleichungen der Brownschen Bewegung zu verifizieren. ... Aus diesem Grunde wurden keinerlei Vorsichtsmaßregeln getroffen, um Staubteilchen auszuschließen, weil alle die unsicheren Größen, wie Dichte des Teilchens, Gleitung an seiner Oberfläche usw. nicht in die Gleichung für Ne eingehen." Dieser nachträglichen Mitteilung Fletchers steht aber ein wörtliches Zitat aus der in Rede stehenden Veröffentlichung dieses Autors (Phys. Rev. **33**, 93, 1911, Zeile 16 von unten) entgegen[3]). „Alle Luft, die in das Messinggefäß strömt, wird ein Gefäß zu passieren genötigt, daß mit Schwefelsäure getrocknete Glaswolle enthält. Auch ist das Innere des großen Gefäßes sorgsam geölt, so daß sowohl die Luft, die in den Zerstäuber geblasen wird, wie auch die Luft im Gefäße trocken und staubfrei ist." Überdies sind in der zitierten Publikation die Partikel vom Autor durchaus ausdrücklich als Tröpfchen (drops) bezeichnet. Es kann mir niemand zum Vorwurfe machen, wenn ich die ursprünglichen, unmittelbar bei den Versuchen veröffentlichten Meßprotokolle für maßgebender gehalten habe als eine Behauptung, daß gerade jene von ihm gemessenen Tropfen, an welchen ich die Unterschreitungen errechnete, Staub gewesen seien, die nach fünf Jahren erst durch den Umstand hervorgerufen wurde, daß den Autoren an ihren eigenen Messungen die bekannten Unterschreitungen nachgewiesen wurden.

Wenn man der Berechnung nachgeht, die Herr Fletcher anstellt, so ergibt sich überdies, daß in seinen Voraussetzungen das gewünschte Resultat bereits als Annahme enthalten ist, eine Tatsache, die Herrn Fletcher wohl nicht entgangen sein dürfte.

Da durch das Widerstandsgesetz Ladung und Dichte des Partikels mit der gemessenen Fallgeschwindigkeit in funktionelle Beziehung gebracht sind, kann man bei definiertem Material aus Fallgeschwindigkeit, Steiggeschwindigkeit und Spannung des elektrischen Feldes die Ladung des Partikels erschließen. Das ist der reguläre Vorgang. Fletcher geht nun den umgekehrten Weg: er setzt die Ladung der Tropfen zu $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. willkürlich voraus und ermittelt durch Zurückrechnen die Dichte, die jeder einzelne Tropfen unter dieser Voraussetzung gehabt haben müßte. Dabei erhält er für jeden Tropfen eine andere und sehr geringe Dichte unter 0,5. Der Umstand, daß mit Hilfe der auf solchem Wege erschlossenen Dichte die Ladung des Partikels mit dem gewünschten Wert $4{,}8 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. sich ergibt, kann durchsichtigerweise nicht als Beweis der „unteilbaren" Elementarladung gelten.

Einer weiteren Diskussion seiner Arbeit 1911 sucht der Autor also vorzubeugen, indem er die an den dort publizierten Tröpfchen nachweisbaren Unstimmigkeiten der Resultate allein dem Mangel an experimentellen Vorkehrungen seinerseits zuschreibt, und diese Behauptung durch Heranziehung von Millikans[1]) Messun-

1) Gerade R. A. Millikan und H. Fletcher haben dies in ihren Arbeiten benutzt und bewiesen.

2) Vgl. neuerdings E. Schrödinger l. c. Fehlerschätzung.

3) Im Text: All of the air, which goes into the vessel, is made to pass through the vessel which contains glass wool moistend with sulphuric acid. Also the interior of the large vessel is thoroughly oiled, so that the air with which the atomizer is blown and also the air contained in the vessel is dry and dust-free.

1) Phys. Rev. **2**, 134, 1913.

gen an Öltröpfchen zu stützen versucht, die, wie er sagt, nach den gemachten Erfahrungen unter bedeutend sorgfältigeren Vorsichtsmaßregeln betreffs Reinigung und Trocknung gemacht wurden, als die anderen Arbeiten[1]).

Es muß aber auch dieser dritte Versuch Fletchers, eine prinzipielle Übereinstimmung der nach den beiden Methoden errechneten Bestimmungsgrößen zu erweisen, als mißlungen bezeichnet werden, wie aus dem Folgenden hervorgehen wird.

Ich habe in meiner Abhandlung in dieser Zeitschrift[2]) eine Größe ϱ eingeführt, welche gleich ist der dritten Wurzel aus dem Produkte der Loschmidtschen Zahl N und dem aus der Brownschen Bewegung ermittelten Gewichte mg des Einzelpartikels, nämlich jener Größe, die sich direkt aus den Messungen ergibt. Es ist also:

$$\varrho^3 = Nmg_{Br} = \frac{2RT}{\mathfrak{E} \cdot \bar{\lambda}^2} \cdot v, \qquad (1)$$

somit ist die Größe $\varrho = \sqrt[3]{Nmg_{Br}}$ unabhängig von irgendwelcher Voraussetzung über Struktur und Material des Teilchens, sowie über den Wert der Loschmidtschen Zahl. Wären nun die beiden zur Berechnung solcher beobachteten Partikeln herangezogenen Theorien in ihren Resultaten miteinander völlig übereinstimmend, so müßte sich das aus der Brownschen Bewegung ermittelte Gewicht des Partikels numerisch gleich ergeben seinem aus der Stokes-Cunninghamschen Widerstandsformel berechneten Gewichte:

$$mg_{St} = \frac{4a^3 \pi \sigma g}{3}. \qquad (2)$$

Dann wäre die Größe ϱ proportional dem Radius a des Partikels und bei allen Partikeln desselben Materials der Quotient $\frac{\varrho}{a}$ eine Konstante.

Es bietet somit die Berechnung von $\frac{\varrho}{a}$ durch ihre Konstanz beziehungsweise Inkonstanz ein Kriterium für die Gleichheit beziehungsweise den Widerspruch der nach den beiden Rechnungsverfahren ermittelten Resultate; dabei ist jedoch als selbstverständlich vorausgesetzt, daß einerseits das ϱ bzw. $\bar{\lambda}^2$ bloß aus den statistischen Abweichungen der Zeiten von ihrem Mittelwert infolge der Brownschen Bewegung, andererseits der Radius a aus dem Mittelwerte der Fallgeschwindigkeit im widerstehenden Mittel, also bloß nach dem Stokes-Cunninghamschen Gesetz jeweils an ein und demselben Partikel berechnet werden muß.

Fletcher hat nun an den erwähnten Partikeln Millikans unter Verwendung der Beziehung:

$$Nmg = Ne \frac{\mathfrak{E} v}{v + v'} = \varrho^3 \qquad (3)$$

worin v die Fallgeschwindigkeit im Schwerefelde, v' die Steiggeschwindigkeit im elektrischen Felde bedeuten, die Größe $\frac{\varrho}{a} = 1{,}315$ ermittelt, und fand diese bis auf Promille konstant. Aus dieser Konstanz schloß er auf eine Identität der Resultate aus Brownscher Bewegung und Widerstandsgesetz.

Konnte nun eine derartig präzise Übereinstimmung bei der Schwierigkeit der in Betracht kommenden Versuche bereits ein Mißverständnis vermuten lassen, so kann man sich durch Nachrechnen und durch Beurteilung der Auswahl der in der Tabelle l. c. S. 316 zur Berechnung verwendeten Daten überzeugen, daß der genannte Autor dort, wo er ein Kriterium für Widerspruch oder Übereinstimmung zweier Theorien aufstellen will, tatsächlich nur von Größen Gebrauch macht, die für eine Methode, nämlich die des Widerstandsgesetzes maßgebend sind; d. h. er rechnet nur auf Grund des Widerstandsgesetzes, denn in seiner Tabelle kommt nur das Widerstandsgesetz vor. Er führt nämlich anscheinend in die Formel (3) für das elektrochemische Äquivalent Ne einen konstanten Durchschnittswert ein, der dem $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ entspricht, während nach obigen Erörterungen logischerweise für jedes Partikel das zugehörige Ne auf Grund der Abweichungen nach der Brownschen Bewegung errechnet und eingesetzt werden müßte. Somit zieht er die für die Brownsche Bewegung jedes Einzelpartikels charakteristische Größe $\bar{\lambda}^2$ gar nicht in Rechnung und beraubt dadurch das Kriterium seines Sinnes.

Überdies ist es vollkommen klar, daß sich bei diesen hier herangezogenen Partikeln (Millikan 1913) die Brownsche Bewegung gar nicht feststellen läßt. Denn diese Tröpfchen sind so groß und zeigen so geringe Brownsche Bewegung, daß bei seiner Versuchsanordnung die Stoppfehler der gemessenen Zeiten von der Größenordnung ihrer Abweichungen vom Mittelwert sind. Also hat Herr Fletcher die Brownsche Bewegung bei diesen Partikeln auch nicht berechnen können.

Dagegen ist dies bei den Beobachtungen Eyrings[1]), die dieser in Fletchers Laboratorium an Öltröpfchen in Wasserstoff anstellte und aus deren Brownscher Bewegung er das Ne berechnete, nicht der Fall und dieselben

1) Hierzu ist nur wieder zu bemerken, daß Millikan selbst in dieser Arbeit nirgends von besonders sorgfältigen Vorsichtsmaßregeln spricht.

2) F. Zerner, diese Zeitschr. 16, 10, 1915.

1) F. C. Eyring, Phys. Rev. 412, 1915.

geben neuerdings Material zur Feststellung eines Widerspruchs der Rechenresultate. Wie die Tabelle beweist, ergibt die Verwendung des Widerstandsgesetzes fast bei allen Teilchen Unterschreitungen des angeblichen Elementarquantums.

Tabelle.

Nr.	Radius $a \cdot 10^5$ cm	Ladung $\varepsilon \cdot 10^{10}$ elektrostat. Einh.
1	3,1	4,4
2	3,4	4,4
3	3,0	2,2
4	2,6	2,9
5	3,4	1,8
6	3,5	3,2
7	3,3	3,1

Es sei gleich hier bemerkt, daß Eyring in einem ausführlichen Passus durch Angabe der verwendeten Chemikalien die einwandfreie Reinigung und Trocknung des benützten Wasserstoffes feststellt.

Wenn Herr Fletcher also meint, daß ein Widerspruch der Rechenresultate nach den beiden Methoden „der bestmögliche Beweis dafür sei, daß entweder eine elektrische Ladung existierte, die das Elektron unterschreitet, oder, daß die Gleichung für die Brownsche Bewegung nicht gültig ist", so muß er aus dem Vorhergehenden anerkennen, daß dieser Beweis geliefert ist.

Schlußfolgerungen.

Es bleiben somit meine Behauptungen in erweitertem Umfange aufrecht. 1. Auch in den Messungen Millikans und Fletchers sind Beweise für die Existenz von Ladungen enthalten, welche den Wert von $4{,}78 \cdot 10^{10}$ elektrostat. Einh. bedeutend unterschreiten. — 2. Die Gleichungen der Brownschen Bewegung liefern auch auf Öltropfen angewendet, Werte für e, die von den aus den Widerstandsgesetzen erhaltenen abweichen.

Erneuert wurden diese Nachweise an den Messungen F. C. Eyrings geführt.

Aus dem I. physikalischen Institut der k. k. Univers. Wien, Standort im Felde, 10. März 1916.

(Eingegangen 24. März 1916).

Grundlegung der Kinematik einer physikalischen Welle von elementarer Schwingungsform. I.

Von Karl Uller.

§ 1. Der Schwingungszustand im Felde.

Es heiße: ein Vektorfeld ($\mathfrak{E}$) schwinge in elementarer Schwingungsform, wenn seine Abhängigkeit von der Zeit t von der Form ist

$$\mathfrak{E} = \tfrac{1}{2}\{E \cdot e^{i\nu t} + E^* \cdot e^{-i\nu^* t}\} = e^{-\nu'' t}\{E' \cos \nu' t - E'' \sin \nu' t\}. \quad (1)$$

Darin bezeichnet $E = E' + iE''$ einen von der Zeit unabhängigen komplexen Vektor, und faßt $\nu = \nu' + i\nu''$ komplex zusammen die Frequenz ν' sowie die (positive oder negative) Dämpfung ν''; zwischen ν'' und dem Log. Dekrement Λ bzw. Inkrement $-\Lambda$ besteht der Zusammenhang $\pi\nu'' = \Lambda\nu'$. Mit einem Sternchen kennzeichne ich den konjugiert komplexen Ausdruck. E ist vom Nullpunkt der Zeitzählung abhängig. Denn führen wir einen neuen N-P. t_0 ein, von dem aus die Zeit durch $t_1 = t - t_0$ gemessen werden soll, so ist $E \cdot e^{i\nu t} = E e^{i\nu t_0} \cdot e^{i\nu t_1} = E_1 \cdot e^{i\nu t_1}$. Bei permanenten Schwingungen: $\nu'' = 0$ gibt es hinsichtlich des N-P. der Zeitzählung invariante Ausdrücke wie $(EE^*) = (E_1 E_1^*) = \mathfrak{E}^2_{\min} + \mathfrak{E}^2_{\max}$ oder $[EE^*] = [E_1 E_1^*] = 2i[\mathfrak{E}_{\min}\, \mathfrak{E}_{\max}]$. Es sei $d\chi$ der Winkel zwischen $\mathfrak{E}$ und $\dot{\mathfrak{E}} dt$. Sonach ist der Vektor der Sektorengeschwindigkeit

$$\mathfrak{E}^2 \dot{\chi} = [\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{E}}] = -i(\nu + \nu^*) e^{i(\nu - \nu^*)t}[EE^*] = \nu' e^{-2\nu'' t}[E'' E']. \quad (2)$$

Daraus folgt: Der Vektor $\mathfrak{E}$ rotiert in einer Ebene, deren Normale parallel zu $[E'' E']$ liegt, und zwar von E'' auf dem kürzeren Wege nach E' in der Zeit einer Viertelperiode.

Die spiralische Rotation geht bei permanenten Schwingungen in eine elliptische Rotation über. Wir wollen auf diesen Fall näher eingehen. Um zunächst die Vektoren $\mathfrak{E}_{\max}$ und $\mathfrak{E}_{\min}$, die zueinander senkrecht stehen, zu bestimmen, bedenken wir, daß sie sich nach dem Vorangegangenen aus den Vektoren E' und E'' linear zusammensetzen lassen müssen. Wir machen daher den Ansatz

$$\mathfrak{E}_{\max} = \alpha E + \alpha^* E^*; \quad \mathfrak{E}_{\min} = \beta E + \beta^* E^*. \quad (3)$$

Zur Ermittelung von α und β haben wir zwei Beziehungen, nämlich $(\mathfrak{E}_{\max}\, \mathfrak{E}_{\min}) = 0 = \alpha\beta E^2 + \alpha^*\beta^* E^{*2} + (\alpha^*\beta + \alpha\beta^*)(EE^*)$ und $E'^2 + E''^2 = (EE^*) = \mathfrak{E}^2_{\min} + \mathfrak{E}^2_{\max}$, woraus unter Einführung der beiden Ansätze folgt

$$\{1 - 2\alpha\alpha^* - 2\beta\beta^*\}(EE^*) = 0;$$
$$(\alpha^2 + \beta^2) E^2 + (\alpha^{2*} + \beta^{2*}) E^{*2} = 0.$$

Aus der letzten Gleichung folgt $\alpha = i\beta$, somit aus der vorletzten $\alpha\alpha^* = 1/4$, und weiter aus der ersten

$$E^{*2}/E^2 = -\alpha\beta/\alpha^*\beta^* = -\alpha^2/\alpha^{*2} = \alpha^4/(\alpha\alpha^*)^2 = 16\alpha^4,$$

also

$$\alpha = i\beta = \tfrac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{E^{*2}/E^2} = \tfrac{1}{2} H_{\mathfrak{E}} / H H^* = 1. \quad (4)$$

Die Vierdeutigkeit der Wurzel ist in Wirklichkeit nur eine Zweideutigkeit. Diese besagt, wie ohne weiteres klar ist, daß für $\mathfrak{E}_{\max}$ und $\mathfrak{E}_{\min}$

zwei Richtungssinne möglich sind. Wählen wir aber in einem beliebigen Punkt eine davon aus, so ist in jedem anderen Punkte nach dem Prinzip der stetigen Fortsetzung der Richtungssinn festgelegt.

Als Elliptizität von $\mathfrak{E}$ empfiehlt es sich, das Verhältnis

$$\frac{\mathfrak{E}^2_{max} - \mathfrak{E}^2_{min}}{\mathfrak{E}^2_{max} + \mathfrak{E}^2_{min}} = \frac{|(EE)|}{(EE^*)} = \varepsilon \quad (5)$$

zu definieren. Die notwendige und hinreichende Bedingung

für Kreispolarisation ($\varepsilon = 0$) ist: $(EE) = 0$
„ Strichpolarisation ($\varepsilon = 1$) „ : $[EE^*] = 0$.

Wir zerlegen jetzt $\mathfrak{E}$ parallel zu $\mathfrak{E}_{max}$ und $\mathfrak{E}_{min}$ und schreiben $\mathfrak{E} = p \cdot \mathfrak{E}_{max} + q \cdot \mathfrak{E}_{min}$.

Dabei ist eine vorherbestimmte Richtung von $\mathfrak{E}_{max}$ und $\mathfrak{E}_{min}$ festzuhalten. Aus (1) (3) und (4) ergibt sich

$p - iq = H^* e^{ivt}$; $p + iq = He^{-ivt}$, so daß
$\mathfrak{E}_p = {}^1/_2 \cdot \{H^* e^{ivt} + He^{-ivt}\} \mathfrak{E}_{max}$
$\mathfrak{E}_q = -{}^1/_{2i} \cdot \{H^* e^{ivt} - He^{-ivt}\} \mathfrak{E}_{min}$ wird.

Als Phase von $\mathfrak{E}$ definieren wir nun die von $\mathfrak{E}_p$; im Grenzfalle der Kreispolarisation hat man eine beliebig gewählte der unendlich vieldeutigen Lagen von $\mathfrak{E}_{max}$ festzuhalten. Sonach ist die Phase von $\mathfrak{E}$

$$\varphi = \nu' t + i \log H. \quad (6)$$

Sie ist invariant und gilt auch für einen Skalar mit elementarer Schwingungsform.

§ 2. Der Schwingungszustand in der Welle. Das Feld ($\mathfrak{E}$) hat allemal einer gewissen Differentialgleichung zu genügen, die zeitliche und räumliche Ableitungen von $\mathfrak{E}$ enthält. Sofern sie linear und homogen ist, ist die elementare Schwingungsform (1) im vorigen Paragraphen eine mögliche. Für den komplexen Vektor E bleibt dann eine rein räumliche Differentialgleichung zu erfüllen. Ihre Homogenität und Linearität hat zur Folge, daß E stets auf die Form gebracht werden kann

$$E = f\mathfrak{e} \cdot e^{i\Phi}. \quad (1)$$

Darin bezeichnet jeder Summand eine Welle, so daß E die Feldstärke bestimmt, wie sie als Summe aller den betrachteten Punkt durchkreuzenden, gleichfarbigen Wellen von elementarer Schwingungsform zustande kommt.

In einer Welle

$$E = \mathfrak{e} \cdot e^{i\Phi} \quad (2)$$

bestimmt die Lage der Schwingungsebene sowie den Umlaufssinn von $\mathfrak{E}$ der Vektor

$$[E\bar{E}^*]/2i = [E''E'] = {}^1/_2 i \cdot e^{i(\Phi - \Phi^*)} [\mathfrak{e}\mathfrak{e}^*]. \quad (3)$$

Ist ν'' klein, so charakterisieren Größe und Orientierung der Schwingungsellipse von $\mathfrak{E}$, mit Benutzung von $H = e^{-i\Phi'}\eta$,

$$\mathfrak{E}_{max} = {}^1/_2 \cdot e^{-\Phi''} \{\eta\mathfrak{e} + \eta^*\mathfrak{e}^*\}; \ \eta = \sqrt[4]{\mathfrak{e}^{*2}\mathfrak{e}^2}$$
$$\mathfrak{E}_{min} = {}^1/_{2i} \cdot e^{-\Phi''} \{\eta\mathfrak{e} - \eta^*\mathfrak{e}^*\}; \ \eta\eta^* = 1. \quad (4)$$

Die Elliptizität von $\mathfrak{E}$ mißt

$$\varepsilon = |(\mathfrak{e}\mathfrak{e})|/(\mathfrak{e}\mathfrak{e}^*) \quad (5)$$

und die Phase von $\mathfrak{E}$

$$\varphi = \nu' t + \Phi' + i \log \eta. \quad (6)$$

Wenn es sich nur um Aussagen über die Verhältnisse in einem Feldpunkt handelt, können wir über den N-P. der Zeitzählung stets so verfügen, daß für ihn $\mathfrak{E}$ mit $\mathfrak{E}_{max}$ oder $\mathfrak{E}_{min}$ zusammenfällt, also $(\mathfrak{e}'\mathfrak{e}'') = \mathfrak{e}^2 - \mathfrak{e}''^2 = 0$ ist. Dann ist in dem betrachteten Punkt $\eta = 1$ und gradlog $\eta = 0$.

Aus dem Phasengefälle

$$-\partial\varphi/\partial N' = -\operatorname{grad}\Phi' - i \operatorname{gradlog}\eta \quad (7)$$

ergibt sich die Geschwindigkeit, mit der ein geometrischer Punkt, der zu Zeit t sich auf der Isophasenfläche $\varphi = c$ befindet, in Richtung ihrer Normale N' sich weiterbewegt, zu

$$\omega' = -\partial\varphi/\partial t : \partial\varphi/\partial N' = \nu'/\{\operatorname{grad}\Phi' + i \operatorname{gradlog}\eta\}. \quad (8)$$

Es ist aber wohl zu beachten, daß diese Geschwindigkeit nur eine kinematische Bedeutung hat. Das Phasengefälle (7) bezeichnet nicht die Richtung, in der sich das physikalische Gebilde: Welle fortpflanzt. Der Ausdruck (2) ist eben rein kinematischen Inhalts. Die Auswählung des Phasengefälles als Richtung der Welle ist eine vom kinematischen Standpunkt aus naheliegende, nichtsdestoweniger aber willkürliche Übereinkunft, die den Vorzug der Besonderheit und Einfachheit hat. Um den physikalischen Begriff: Welle zu bilden, muß dem kinematischen Begriff: Welle noch ein physikalisches Attribut eingefügt werden. Das aber lautet: Welle ist eine Art der Energiefortpflanzung. Die Verschiebung der Phasenwerte in Richtung der momentanen Energieströmung macht das aus, was wir als physikalische Wellenfortpflanzung bezeichnen müssen. Dementsprechend ist auch die Wellenlänge und die Transversalität des Feldes auf die der momentanen Energieströmung zu beziehen.

Im allgemeinen werden die Verschiebungen von Augenblick zu Augenblick verschieden sein, nämlich allemal wenn die Energieströmung turbulent ist. Natürlich läßt sich dann mit den soeben gegebenen Anweisungen praktisch nichts anfangen. Es gibt aber in jeder Welle einen bestimmten Energiefortgang. Bei turbulenter Energieströmung gibt dieser die mittlere Verschiebungsrichtung. Wir bezeichnen den über hinreichend große Zeiten genommenen Mittelwert der Strahlung $\mathfrak{R}$, der den definitiven Energiefortgang in dem gedachten Zeitraum mißt,

mit $\overline{\mathfrak{R}}$. Nunmehr ergibt sich die Verschiebungsgeschwindigkeit ω der Phasen in Richtung von $\overline{\mathfrak{R}}$ aus der Beziehung

$$\omega \cdot \cos(\overline{\mathfrak{R}}, \operatorname{grad}\varphi) = \omega', \qquad (9)$$

sonach die Wellenlänge

$$\lambda = 2\pi\omega/\nu' = 2\pi\,\mathfrak{R}/|(\overline{\mathfrak{R}}\operatorname{grad}\varphi)|. \qquad (10)$$

Und weiter: Unsere $\mathfrak{E}$-Welle ist transversal, wenn in ihr $(\mathfrak{e}\mathfrak{R}) = 0$ ist. (11)

§ 3. Der Zerfall der Wellengleichung. In dem Ausdruck für eine Welle ist ein Skalar willkürlich, denn wir können schreiben

$$E = \mathfrak{e}\cdot e^{i\Phi} = \mathfrak{e}_1 \cdot e^{i\Phi_1} = \text{usw.} \qquad (1)$$

Von vornherein kann also Φ beliebig sein, wodurch also auch der Vektor $\mathfrak{w} = -\operatorname{grad}\Phi$ beliebig ausfällt. Wir setzen nun aber fest, daß sowohl $e^{+i\Phi}$ als auch $e^{-i\Phi}$ die Lösung der Wellengleichung sei, der E zu genügen hat.

Danach soll in derselben Welle in jedem Punkte auch das gerade entgegengesetzte Phasengefälle möglich sein.

Dieses Theorem, das die kinematische Isotropie des Raumes zum Ausdruck bringt, hat zur wichtigen Folge, daß die Wellengleichung für E stets zerfällt in zwei selbständige Gleichungen, von denen die eine nur Glieder enthält, die von dem Vorzeichen von $\mathfrak{w}$ abhängig sind, während die andere nur Glieder aufweist, die von jenem Vorzeichen unabhängig sind!

Den so definierten komplexen Vektor $\mathfrak{w} = \mathfrak{w}' + i\mathfrak{w}''$ nennen wir das Wellennormalenpaar und den zugehörigen vom N-P. der Zeitzählung abhängigen Vektor $\mathfrak{e} = \mathfrak{e}' + i\mathfrak{e}''$ den Wellenvektor in der $\mathfrak{E}$-Welle. Nur diese der gespaltenen Wellengleichung genügenden Größen $\mathfrak{w}$ und $\mathfrak{e}$ definieren in der Form $\mathfrak{e}\cdot e^{i\Phi}$ eine Welle.

Die Benennung Wellennormalenpaar für $\mathfrak{w}$ ist den Verhältnissen bei Planwellen ($\mathfrak{e} = \text{const.}$, $\mathfrak{w} = \text{const.}$) entnommen. Da dann $\mathfrak{w} = \operatorname{grad}(\mathfrak{w}\mathfrak{r})$ geschrieben werden kann, worin $\mathfrak{r}$ den Topographen bezeichnet, so ist $\Phi = -(\mathfrak{w}\mathfrak{r})$. Der Vektor $\mathfrak{w}'$ steht also dann normal zu den Isophasenebenen $(\mathfrak{w}'\mathfrak{r}) = \text{const.}$ und der Vektor $\mathfrak{w}''$ normal zu den Isodynamenebenen $(\mathfrak{w}''\mathfrak{r}) = \text{const.}$ Dementsprechend ist $\mathfrak{w}'$ als Isophasengradient und $\mathfrak{w}''$ als Isodynamengradient zu bezeichnen. Sie sind aber nicht die Normalen dieser Ebenen, weder die Einheitsnormalen noch die Abstände der Ebenen von einem festen Punkt. Sie sind überhaupt keine Strecken, sondern kinematische Vektoren von der Dimension einer reziproken Länge. Der Betrag $|\mathfrak{w}'|$ gibt den Zuwachs der Flächenkonstante, wenn man zur benachbarten im Abstande von 1 cm weiter geht. Entsprechendes gilt für $|\mathfrak{w}''|$.

Die oben ausgesprochene Festsetzung können wir der Anschauung näher bringen. Wir denken uns gemäß (2) § 2 die Feldlinien von $\mathfrak{e}$ sowie die Feldlinien von $-\operatorname{grad}\Phi = \mathfrak{w}$ gezogen. Dabei müssen die $\mathfrak{e}$-Linien überall mit den E-Linien zusammenfallen, doch ist ihre Intensitätsverteilung und demnach auch das $\mathfrak{w}$-Feld völlig willkürlich. Eine Umkehrung der kinematischen Fortpflanzungsrichtung der $\mathfrak{E}$-Welle, also eine Umkehrung des Vorzeichens von $\mathfrak{w}$, hat aber eine Umgestaltung beider Felder zur Folge, denn die Wellengleichung für E verlangt einen anderen Zusammenhang zwischen $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{w}$, wenn man dem $\mathfrak{w}$ das andere Vorzeichen gibt. Die Forderung der kinematischen Isotropie des Raumes bereitet nun dieser rechnerischen Willkürlichkeit ein Ende: sie verlangt, daß in jeder Welle die $\mathfrak{e}$- und $\mathfrak{w}$-Verteilung unabhängig sein soll von dem Vorzeichen von $\mathfrak{w}$; das Vorzeichen von $\mathfrak{e}$, also der Richtungssinn von $\mathfrak{e}$, spielt keine Rolle, da das von E in der Wellengleichung ohne Einfluß ist.

Nebenbedingungen, die dem $\mathfrak{E}$-Felde noch aufgedrückt sein können, unterliegen nun notwendig ebenfalls dem angeführten Theorem.

Lassen wir den Blick über die Welle schweifen, so sehen wir, daß der Gangunterschied zwischen irgend zwei Punkten nach Gl. (6) § 2 im allgemeinen nicht lediglich sein Vorzeichen wechselt, wenn die Welle in entgegengesetzter Richtung läuft. Das gleiche gilt nach Gl. (8) ebenda für die Phasengeschwindigkeit. Es liegt dies an $\log\eta$ bzw. $\operatorname{gradlog}\eta$, Glieder, die nicht umkehrbar sind. In besonderen Fällen nur lassen sie sich zum Verschwinden bringen, nämlich wenn überall in der Welle $(\mathfrak{e}'\mathfrak{e}'') = 0$ gesetzt werden kann, also wenn die Welle kreispolarisiert ist, oder wenn die Welle eine Planwelle ist.

Auch in Skalarwellen gelten die entwickelten Gesetzmäßigkeiten in sinngemäßer Abwandlung.

Einige Beispiele mögen nun die vorgetragenen Auseinandersetzungen erläutern und zugleich weitere vorbereiten.

§ 4. Beispiele der Zerlegung. A) In einem Felde (9)) von elementarer Schwingungsform habe der komplexe Vektor Y der Wellengleichung zu genügen

$$aY + \nu^2 Y = 0, \qquad (1)$$

worin a eine Konstante sei. Für eine Welle $Y = \mathfrak{y}\cdot e^{i\Phi}$ haben wir dann als Ergebnis der Spaltung von (1)

$$\operatorname{div}\mathfrak{w}\cdot\mathfrak{y} + 2(\mathfrak{w}\nu)\mathfrak{y} = 0 \qquad (1')$$

$$(a - \mathfrak{w}^2)\cdot\mathfrak{y} + \nu^2\mathfrak{y} = 0. \qquad (1'')$$

Es sei beispielsweise $\mathfrak{y} = \mathfrak{c}\cdot f(r)$, wobei $\mathfrak{c}$ ein konstanter Vektor sei, und $f(r)$ eine reine

Funktion des Betrages r des Topographen $\mathfrak{r}$ bedeute. Offenbar muß dann für das Wellennormalenpaar gelten

$$\mathfrak{w} = g(r)\cdot\mathfrak{r};\ [\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*] = 0.$$

Damit liefern (1′) und (1″)

$$\mathfrak{w}^2 = a, \text{ also } g(r) = \sqrt{a}/r \qquad (2)$$

$$\text{und } f(r) = 1/r. \qquad (3)$$

Das sind die bekannten Beziehungen in der vorausgesetzten umkehrbaren vektoriellen Kugelwelle.

B) Elastische Wellen in einem isotropen Körper. Es bezeichne D die Massendichte, ε_v den Volum-Modul, ε_g den Gestalt-Modul, $\mathfrak{S}$ die Verrückung. Unter den üblichen Annahmen finden wir als Spannung in der Flächeneinheit mit der Einheitsnormale $\mathfrak{n}$

$$\mathfrak{T} = (\varepsilon_v - {}^2/_3\,\varepsilon_g)\operatorname{div}\mathfrak{S}\cdot\mathfrak{n} + 2\varepsilon_g(\mathfrak{n}F)\,\mathfrak{S} + \varepsilon_g[\mathfrak{n}\operatorname{rot}\mathfrak{S}]; \qquad (4)$$

dabei mißt div $\mathfrak{S}$ die relative Dichteminderung $-\Delta D/D$. Hieraus berechnen wir nun die Oberflächenkraft $\int\mathfrak{T}\cdot d\mathfrak{f}$ für die Volumeneinheit, wollen aber dabei die beiden Elastizitäts-Moduln sowie die Massendichte als Ortsfunktionen ansehen. Wir erhalten

$$\int\mathfrak{T}\,d\mathfrak{f} = (\varepsilon_v + {}^4/_3\,\varepsilon_g)\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathfrak{S} - \varepsilon_g\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathfrak{S} - [\operatorname{rot}\mathfrak{S}\operatorname{grad}\varepsilon_g] + 2(\operatorname{grad}\varepsilon_g F)\,\mathfrak{S} + \operatorname{div}\mathfrak{S}\cdot\operatorname{grad}(\varepsilon_v - {}^2/_3\,\varepsilon_g). \qquad (5)$$

Ist keine andere Kraft als diese elastische wirksam, so liefert uns die Gleichsetzung von (5) mit der Massenbeschleunigung $D\ddot{\mathfrak{S}}$ die elastische Bewegungsgleichung.

Setzen wir $\mathfrak{S} = \mathfrak{S}_g + \mathfrak{S}_v$ und dementsprechend $\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_g + \mathfrak{T}_v$, so lassen sich durch Zerlegung mit Zusatzbedingungen folgende beide Gleichungssysteme aus (4) und (5) gewinnen:

die Scherungswellen

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{div}\mathfrak{S}_g = 0\\ &-D\ddot{\mathfrak{S}}_g - \varepsilon_g\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathfrak{S}_g\\ &-[\operatorname{rot}\mathfrak{S}_g\operatorname{grad}\varepsilon_g] + 2(\operatorname{grad}\varepsilon_g F)\,\mathfrak{S}_g = 0;\\ &\mathfrak{T}_g = \varepsilon_g[\mathfrak{n}\operatorname{rot}\mathfrak{S}_g] + 2\varepsilon_g(\mathfrak{n}F)\,\mathfrak{S}_g; \end{aligned}\right| \qquad (6)$$

sowie die Verdünnungwellen

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{rot}\mathfrak{S}_v = 0\\ &-D\ddot{\mathfrak{S}}_v + (\varepsilon_v + {}^4/_3\,\varepsilon_g)\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathfrak{S}_v\\ &+\operatorname{div}\mathfrak{S}_v\operatorname{grad}(\varepsilon_v - {}^2/_3\,\varepsilon_g) + 2(\operatorname{grad}\varepsilon_g F)\,\mathfrak{S}_v = 0;\\ &\mathfrak{T}_v = (\varepsilon_v - {}^2/_3\,\varepsilon_g)\operatorname{div}\mathfrak{S}_v\cdot\mathfrak{n} + 2\varepsilon_g(\mathfrak{n}F)\,\mathfrak{S}_v. \end{aligned}\right| \qquad (7)$$

Beide Wellengattungen haben die Dichte D gemeinsam, falls sie im selben Raume zugleich bestehen. Solange die Dichteschwankungen aber klein sind, sind wir berechtigt auch in diesem Falle beide Wellensysteme als selbständige Gebilde anzunehmen, deren jedes auch seine eigne Energiebewegung hat, wenn sie nicht gerade kohärent schwingen. Auch dürfen wir D allemal durch seinen zeitlichen Mittelwert ersetzen.

Für eine Scherungswelle $(\mathfrak{f}\cdot e^{i\Phi})$ liefert die Spaltung der Wellengleichung unter (6)

$$\left.\begin{aligned} &(\varepsilon_g\operatorname{div}\mathfrak{w} + (\mathfrak{w}\operatorname{grad}\varepsilon_g))\,\mathfrak{f}\\ &+\varepsilon_g(\mathfrak{w}F)\,\mathfrak{f} - \varepsilon_g(\mathfrak{f}F)\,\mathfrak{w} - \varepsilon_g[\mathfrak{w}\operatorname{rot}\mathfrak{f}]\\ &+(\mathfrak{f}\operatorname{grad}\varepsilon_g)\,\mathfrak{w} - \varepsilon_g\operatorname{div}\mathfrak{f}\cdot\mathfrak{w} = 0. \end{aligned}\right| \qquad (8')$$

$$\left.\begin{aligned} &(v^2D - \varepsilon_g\mathfrak{w}^2)\,\mathfrak{f}\\ &-\varepsilon_g\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathfrak{f} - [\operatorname{rot}\mathfrak{f},\operatorname{grad}\varepsilon_g]\\ &+2(\operatorname{grad}\varepsilon_g F)\,\mathfrak{f} + \varepsilon_g(\mathfrak{f}\mathfrak{w})\,\mathfrak{w} = 0. \end{aligned}\right| \qquad (8'')$$

Der Zerlegungszwang erstreckt sich aber notwendig auch auf die Nebenbedingung, der das Verrückungsfeld zu genügen hat, nämlich die Divergenzlosigkeit dieses Feldes, die besagt, daß $\operatorname{div}\mathfrak{f} = i(\mathfrak{f}\mathfrak{w})$ sein soll. Die Unabhängigkeit des $\mathfrak{f}$- und des $\mathfrak{w}$-Feldes vom Vorzeichen von $\mathfrak{w}$ führt die Forderung mit sich: $\mathfrak{w}$ ist so zu wählen, daß

$$(\mathfrak{f}\mathfrak{w}) = 0 = \operatorname{div}\mathfrak{f} \qquad (9')\ (9'')$$

erfüllt ist.

Für eine Verdünnungswelle $(\mathfrak{s}\cdot e^{i\Phi})$ liefert die Spaltung der Wellengleichung unter (7)

$$\left.\begin{aligned} &(\varepsilon_v + {}^4/_3\,\varepsilon_g)\,(\operatorname{div}\mathfrak{s}\cdot\mathfrak{w} + \operatorname{grad}(\mathfrak{s}\mathfrak{w}))\\ &+2(\mathfrak{w}\operatorname{grad}\varepsilon_g)\,\mathfrak{s} + (\mathfrak{s}\mathfrak{w})\operatorname{grad}(\varepsilon_v - {}^2/_3\,\varepsilon_g) = 0. \end{aligned}\right| \qquad (10')$$

$$\left.\begin{aligned} &v^2D\,\mathfrak{s} + (\varepsilon_v + {}^4/_3\,\varepsilon_g)\,(\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathfrak{s} - (\mathfrak{s}\mathfrak{w})\,\mathfrak{w}\\ &+2(\operatorname{grad}\varepsilon_g F)\,\mathfrak{s} + \operatorname{div}\mathfrak{s}\cdot\operatorname{grad}(\varepsilon_v - {}^2/_3\,\varepsilon_g) = 0. \end{aligned}\right| \qquad (10'')$$

Die Lamellarbedingung, der das Verrückungsfeld unterliegen soll, verlangt, daß $\operatorname{rot}\mathfrak{s} + i[\mathfrak{s}\mathfrak{w}]$ verschwinde. Sollen $\mathfrak{w}$ und $\mathfrak{s}$ das Wellennormalenpaar bzw. der Wellenvektor in der Verdünnungswelle sein, so muß sein

$$\operatorname{rot}\mathfrak{s} = 0 = [\mathfrak{s}\mathfrak{w}]. \qquad (11')\ (11'')$$

C) Elektromagnetische Wellen in einem isotropen Körper. Bei elementarer Schwingungsform des Feldes sind die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$ und die magnetische Feldstärke $\mathfrak{M}$ von der Form

$$\mathfrak{E} = {}^1/_2\,(E\cdot e^{i\nu t} + E^*\cdot e^{-i\nu^* t}),$$
$$\mathfrak{M} = {}^1/_2\,(M\cdot e^{i\nu t} + M^*\cdot e^{-i\nu^* t}),$$

entsprechende Ausdrücke gelten für die elektrische Erregung $\mathfrak{D}_e$ sowie die magnetische Erregung $\mathfrak{D}_m$. In isotropen, nichtdrehenden und nichtaktiven Körpern sind diese proportional den entsprechenden Feldstärken, also $D_e = \varepsilon E$ und $D_m = \mu M$, worin ε den (komplexen) elektrischen und μ den (komplexen) magnetischen Erregungskoeffizienten bezeichnet. Sind räumliche Dichten der Elektrizität und des Magnetismus nicht vorhanden, so lauten die Feldgleichungen nach Einführung der Abkürzungen: $\varepsilon\nu/V = a_e$; $\mu\nu/V = a_m$; $a_e a_m = a$, wobei $4\pi V$ die Lichtgeschwindigkeit eines einfachen Strahles im Vakuum bedeutet,

$$ia_e\cdot E = \operatorname{rot}M;\ -ia_m\cdot M = \operatorname{rot}E. \qquad (12)$$

Die Dualität des Feldes bringt es mit sich, daß wir aus (12) zwei gleichberechtigte Ausgangsformeln gewinnen können, nämlich

$$\left.\begin{aligned} &aM - \operatorname{rot}\operatorname{rot}M - [\operatorname{rot}M,\operatorname{grad}\log a_e] = 0\\ &ia_e E = \operatorname{rot}M \end{aligned}\right| \qquad (13)$$

oder, indem wir umgekehrt das magnetische Feld von dem elektrischen abhängen lassen

$$\left.\begin{aligned} a E - \text{rot rot } E - [\text{rot } E, \text{gradlog } a_m] &= 0 \\ - i a_m M &= \text{rot } E. \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Sowohl in (13) als auch in (14) sind die Forderungen $\operatorname{div}(a_e E) = 0$; $\operatorname{div}(a_m M) = 0$ erfüllt.

Gehen wir von dem magnetischen Felde aus, so haben wir für eine magnetische Welle $M = \mathfrak{m} \cdot e^{i\Phi_m}$ als Ergebnis der Spaltung ihrer Wellengleichung, der ersten Gl. unter (13),

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{div} \mathfrak{w}_m - (\mathfrak{w}_m, \text{gradlog } a_e)\} \mathfrak{m} + 2 (\mathfrak{w}_m F)\, \mathfrak{m} \\ &+ (\mathfrak{m}, \text{gradlog } a)\, \mathfrak{w}_m - \text{grad}(\mathfrak{m}\mathfrak{w}_m) = 0; \end{aligned}\right. \quad (15')$$

$$\left.\begin{aligned} &\{a - \mathfrak{w}_m^2\} \mathfrak{m} - \text{rot rot } \mathfrak{m} \\ &- [\text{rot } \mathfrak{m}, \text{gradlog } a_e] = 0. \end{aligned}\right. \quad (15'')$$

Die Divergenzlosigkeit der magnetischen Erregung verlangt das Verschwinden von $\operatorname{div}(a_m \cdot \mathfrak{m}) - i a_m (\mathfrak{m}\mathfrak{w}_m)$. Sollen, wie in (15), $\mathfrak{w}_m$ das Wellennormalenpaar und $\mathfrak{m}$ den magnetischen Wellenvektor bedeuten, so muß auch in dieser Nebenbedingung zum Ausdruck kommen, daß das $\mathfrak{m}$- und das $\mathfrak{w}_m$-Feld unbeeinflußt ist von dem Vorzeichen des magnetischen Wellennormalenpaares. Es muß also sein

$$(\mathfrak{m}\mathfrak{w}_m) = 0 = \operatorname{div}(a_m \mathfrak{m}). \quad (16')\ (16'')$$

Wir wollen zeigen, daß dies Ergebnis auch aus (15′) und (15″) abgeleitet werden kann. Multiplizieren wir nämlich (15′) skalar mit $\mathfrak{w}_m$, nehmen wir anderseits von (15″) die Divergenz, so kommt

$$\left.\begin{aligned} &\{\operatorname{div} \mathfrak{w}_m - (\mathfrak{w}_m \text{gradlog } a_e)\}\, (\mathfrak{m}\mathfrak{w}_m) + (\mathfrak{w}_m (\mathfrak{w}_m F)\, \mathfrak{m}) \\ &+ (\mathfrak{m} \text{ gradlog } a)\, \mathfrak{w}_m^2 - {}^1/_2 \cdot (\mathfrak{m} \text{ grad } \mathfrak{w}_m^2) = 0 \\ &\operatorname{div}(a_m \mathfrak{m}) + a_m (\mathfrak{m}, \text{gradlog}(a - \mathfrak{w}_m^2)/a) = 0. \end{aligned}\right.$$

Die Erfüllung von (16) verlangt also aus beiden Teilen der gespaltenen Wellengleichung übereinstimmend

$$(\mathfrak{m}, \text{ grad } \mathfrak{w}_m^2 a) = 0. \quad (17)$$

Diese Übereinstimmung muß ja auch vorhanden sein, denn die Divergenzlosigkeit des elektromagnetischen Feldes ist wie bereits erwähnt, schon in den Ausgangsformeln (13) erfüllt.

Gemäß (16′) ist das Glied $\text{grad}(\mathfrak{m}\mathfrak{w}_m)$ in Gl. (15′) zu streichen, und weiter ist deshalb noch

$$(\mathfrak{m}F)\, \mathfrak{w}_m + (\mathfrak{w}_m F)\, \mathfrak{m} + [\mathfrak{w}_m \text{ rot } \mathfrak{m}] = 0. \quad (18)$$

Für die nach (13) von der magnetischen Welle abhängige elektrische erhalten wir

$$i a_e E = \{[\mathfrak{m}\mathfrak{w}_m] - i \text{ rot } \mathfrak{m}\}\, e^{i\Phi_m}. \quad (19)$$

Beachtenswert ist, daß demzufolge dieses Feld im allgemeinen weder seine Lage beibehält noch seine Richtung wechselt, wenn das magnetische Phasengefälle sich umkehrt.

In demselben elektromagnetischen Feld können wir aber auch das elektrische bevorzugen und das magnetische als von jenem abhängig ansehen. Für die elektrische Welle $E = \mathfrak{e} \cdot e^{i\Phi_e}$ bekommen wir dann aus dem System (14) den Gl. (15) bis (18) gleichgebaute Formeln, in denen $\mathfrak{m}$ mit $\mathfrak{e}$, $\mathfrak{w}_m$ mit $\mathfrak{w}_e$ und a_e mit a_m vertauscht erscheinen. Die die elektrische Welle begleitende magnetische Welle — dieselbe, die wir oben besprochen haben — tritt jetzt in der Form auf

$$-i a_m \cdot M = \{[\mathfrak{e}\mathfrak{w}_e] - i \text{ rot } \mathfrak{e}\}\, e^{i\Phi_e}. \quad (20)$$

Dasselbe Feld, von dem oben gezeigt wurde, daß es unabhängig von einem Richtungswechsel des magnetischen Wellennormalenpaares $\mathfrak{w}_m$ sei, erscheint jetzt abhängig von dem Vorzeichen des elektrischen Wellennormalenpaares $\mathfrak{w}_e$ oder was dasselbe besagt, des elektrischen Phasengefälles. Die Wellennormalenpaare $\mathfrak{w}_m$ und $\mathfrak{w}_e$ können eben von vornherein verschieden sein. Wenn in derselben elektromagnetischen Welle sowohl das $\mathfrak{e}$- als auch das $\mathfrak{m}$-Feld lamellar ist, sind beide identisch, also auch das elektrische und magnetische Phasengefälle, und ist ein Zeichenwechsel von $\mathfrak{w}$ ohne Einfluß auf die Lagen der genannten Felder. Dann ist ferner nach (15″), $\mathfrak{w}^2 = a$ und die Phasendifferenz der elektrischen und magnetischen Schwingung

$$\varphi_e - \varphi_m = \frac{i}{2} \log \frac{a_e a_m^*}{a_e^* a_m}, \quad (21)$$

also nur mehr abhängig von den Körpercharakteristiken.

Untersucht man die elektrischen Schwingungen, die an der Oberfläche eines axialsymmetrisch begrenzten Körpers möglich sind, so findet man, daß die vom Leiter fortlaufenden elektrischen Wellen keineswegs umkehrbar sind. Diese Wellen sind eben im Grunde keine Wellen, sondern Doppelwellen, die bekanntlich aus den paarweis gegeneinander laufenden eigentlichen Wellen am Leiter hervorgehen. Jede Komponente einer Doppelwelle ist umkehrbar und zeigt in ihrem Bau die vorstehend entwickelten Gesetzmäßigkeiten. Kehren wir in jeder das Phasengefälle um, so resultiert dennoch wieder eine nach außen laufende Doppelwelle.

Gießen, im März 1916.

(Eingegangen 22. März 1916.)

Die Bahn der Schallstrahlen in der Luft unter dem Einfluß der Temperatur.

Von V. Kommerell.

Für die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft gilt bekanntlich die Formel

$$v = v_0 \sqrt{1 + \alpha t}, \quad (1)$$

wobei t die Temperatur, v_0 die Geschwindigkeit für $t = 0^0$ und $\alpha = \frac{1}{273}$ der Ausdehnungskoef-

fizient der Gase ist. Kommt also der Schallstrahl an die Grenze zweier Luftschichten von verschiedener Temperatur, so erfährt er nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz eine Ablenkung; ändert sich die Temperatur stetig, so beschreibt er eine Kurve, deren Gleichung hier aufgestellt werden soll. Natürlich ist dies nur unter gewissen vereinfachenden Voraussetzungen über das Gesetz der Temperaturänderung möglich. Wir nehmen an, daß die Temperatur eine Funktion der Höhe y sei, daß also

$$t = f(y) \tag{2}$$

bekannt sei.

Nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz ist nun, wenn β den Winkel des Schallstrahls mit der Vertikalen bedeutet,

$$\frac{\sin(\beta + d\beta)}{\sin\beta} = \frac{v + dv}{v}$$

oder

$$\operatorname{ctg}\beta\, d\beta = \frac{dv}{v}. \tag{3}$$

Nach (1) und (2) ist aber

$$dv = \frac{v_0 \alpha \cdot f'(y)\, dy}{2\sqrt{1+\alpha f(y)}}. \tag{4}$$

Ist nun $y = \psi(x)$ die gesuchte Gleichung der vom Schallstrahl beschriebenen Kurve, und setzt man, wie üblich

$$y' = \psi'(x) = p,$$

so ist

$$\operatorname{ctg}\beta = p, \tag{5}$$

und hieraus

$$-\frac{d\beta}{\sin^2\beta} = dp,$$

also

$$d\beta = -\frac{dp}{1+p^2}. \tag{6}$$

Aus den Gleichungen (3)—(6) folgt nun

$$-\frac{p\,dp}{1+p^2} = \frac{\alpha f'(y)\, dy}{2[1+\alpha f(y)]}. \tag{7}$$

Diese Gleichung läßt sich sofort logarithmisch integrieren, und ergibt

$$(1+p^2)[1+\alpha f(y)] = C. \tag{8}$$

Die Integrationskonstante C kann gleich bestimmt werden durch die Festsetzung, daß im Ausgangspunkt der Schallbewegung, wo $y = 0$ sei, die Schallrichtung den Winkel ε mit der Horizontalen bilden soll, d. h. daß für $y = 0$ der Differentialquotient $p = \operatorname{tg}\varepsilon$ werden soll. Nach (8) wird also

$$C = \frac{1+\alpha f(0)}{\cos^2\varepsilon}. \tag{9}$$

Zur weiteren Behandlung der Gleichung (8) muß nun die Funktion $f(y)$ bekannt sein; wir nehmen den einfachen Fall an, daß die Temperatur mit der Höhe gleichmäßig zu- oder abnehme, was ja innerhalb gewisser Grenzen zulässig sein wird. Es sei also

$$t = f(y) = t_0 + \gamma y. \tag{10}$$

Hierbei ist γ der Gradient, d. h. die Temperaturänderung für 1 m Höhenunterschied. Ein positives γ bedeutet also Zunahme, ein negatives Abnahme der Temperatur mit wachsender Höhe. Letzterer Fall ist ja der normale, und zwar nimmt erfahrungsgemäß im Durchschnitt die Temperatur für etwa je 200 m Höhe um 1^0 ab, so daß also dann

$$\gamma = -0{,}005 \tag{11}$$

wäre.

Wir haben also in (8) zu setzen

$$f(y) = t_0 + \gamma y$$

und erhalten so unter Berücksichtigung von (9)

$$(1+p^2)(1+\alpha t_0 + \alpha\gamma y) = \frac{1+\alpha t_0}{\cos^2\varepsilon}.$$

Setzt man noch zur Abkürzung:

$$\frac{\alpha\gamma}{1+\alpha t_0} = m, \tag{12}$$

so lautet die Gleichung (8), nachdem p durch $\frac{dy}{dx}$ ersetzt ist:

$$dy\sqrt{\frac{\cos^2\varepsilon\,(1+my)}{\sin^2\varepsilon - my\cos^2\varepsilon}} = dx. \tag{13}$$

Die Integration ergibt

$$x - x_0 = \frac{1}{m\cos^2\varepsilon}\Big\{\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{\cos^2\varepsilon\,(1+my)}{\sin^2\varepsilon - my\cos^2\varepsilon}} - \cos\varepsilon\sqrt{(1+my)(\sin^2\varepsilon - my\cos^2\varepsilon)}\Big\}. \tag{14}$$

Die Substitution

$$\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{\cos^2\varepsilon\,(1+my)}{\sin^2\varepsilon - my\cos^2\varepsilon}} = \frac{\psi}{2}$$

liefert:

$$\left.\begin{aligned}\cos^2\varepsilon\,(1+my) &= \sin^2\frac{\psi}{2},\\ \sin^2\varepsilon - my\cos^2\varepsilon &= \cos^2\frac{\psi}{2}.\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Durch Einsetzen in (13) folgt

$$x - x_0 = \frac{1}{m\cos^2\varepsilon}\Big(\frac{\psi - \sin\psi}{2}\Big), \tag{16}$$

während aus (14) oder (15) folgt

$$y = \frac{1}{m\cos^2\varepsilon}\Big(\sin^2\frac{\psi}{2} - \cos^2\varepsilon\Big). \tag{17}$$

Die Konstante x_0 wird aus der Bedingung bestimmt, daß für $y = 0$ auch $x = 0$ werden soll. Aus (17) folgt, daß für $y = 0$

$$\cos^2\varepsilon = \sin^2\frac{\psi}{2}$$

oder

$$\frac{\psi}{2} = \frac{\pi}{2} - \varepsilon$$

ist.

Setzt man dies in (16) ein, und gleichzeitig $x = 0$, so erhält man

$$-x_0 = \frac{1}{m\cos^2\varepsilon}\left(\frac{\pi}{2} - 2 - \frac{\sin 2\varepsilon}{2}\right),$$

also

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{m\cos^2\varepsilon}\left(\frac{\psi - \sin\psi - \pi + 2\varepsilon + \sin 2\varepsilon}{2}\right), \\ \text{wozu wieder tritt} \\ y &= \frac{1}{m\cos^2\varepsilon}\left(\sin^2\frac{\psi}{2} - \cos^2\varepsilon\right). \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

Die Gleichungen (18) stellen nun eine gewöhnliche Zykloide dar, und zwar liegt der Anfangspunkt in dem Punkt, wo sie mit der x-Achse den Winkel ε bildet. Daß in der Tat eine Zykloide vorliegt, erkennt man sofort, wenn man eine Parallelverschiebung mit der Kurve (18) vornimmt, derart, daß für $x = 0$ auch $y = 0$ und $y' = \infty$ wird. Man geht zu diesem Zweck am einfachsten auf die Gleichungen (16) und (17) zurück, wo y durch $y - y_0$ zu ersetzen ist. Durch Differentiation dieser Gleichungen und nachfolgende Division ergibt sich:

$$\frac{dy}{dx} = y' = \frac{\sin\psi}{1 - \cos\psi} = \operatorname{ctg}\frac{\psi}{2}. \quad (19)$$

Für $\psi = 0$ wird also $y' = \infty$; sollen ferner für $\psi = 0$ auch x und y verschwinden, so muß $x_0 = 0$ und $y_0 = \frac{1}{m}$ werden. Durch Einsetzen dieser Werte erhält man dann

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{2m\cos^2\varepsilon}(\psi - \sin\psi), \\ y &= \frac{1}{2m\cos^2\varepsilon}(1 - \cos\psi). \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Dies sind aber die Gleichungen einer gewöhnlichen Zykloide, die durch einen Kreis vom Radius

$$a = \frac{1}{2m\cos^2\varepsilon} = \frac{1 + \alpha t_0}{2\alpha\gamma\cos^2\varepsilon} \quad (21)$$

erzeugt wird. Diese Zykloide ist nach oben konvex, wenn γ positiv ist, nach unten, wenn γ negativ ist.

Die Spitzen aller dieser Zykloiden, die bei verschiedenen Werten von ε sich ergeben, liegen nun alle in derselben Höhe, wie aus (13) folgt. Denn für die Spitze ist $y' = \infty$, oder $\frac{1}{y'} = 0$. Nach (13) tritt dies ein, wenn

$$y = -\frac{1}{m} = -\frac{1 + \alpha t_0}{\alpha\gamma} \quad (22)$$

ist. Dann ist aber nach (10)

$$t = t_0 - \frac{(1 + \alpha t_0)}{\alpha} = -\frac{1}{\alpha}.$$

Da $\alpha = \frac{1}{273}$, so ist also

$$t = -273^\circ,$$

d. h. die Höhe, in der die Spitzen aller durch (18) dargestellten Zykloiden liegen, ist diejenige, in welcher, gleichmäßige Änderung der Temperatur vorausgesetzt, der absolute Nullpunkt der Temperatur erreicht würde. Da nun die Spitzen einer Zykloide auf der Geraden liegen, auf der der erzeugende Kreis rollt, so können also die Schallzykloiden, um sie kurz so zu bezeichnen, alle durch Abrollen eines Kreises auf jener Horizontalen in der Höhe des absoluten Nullpunktes erzeugt gedacht werden. In der Tat folgt auch aus (21) durch eine einfache geometrische Überlegung, daß ein Kreis von dem dort angegebenen Radius durch Abrollen auf jener Horizontalen eine Zykloide erzeugt, die im Nullpunkt gerade den Winkel ε gegen die Horizontale bildet.

Es hat sich also ergeben:

Ändert sich die Lufttemperatur gleichmäßig mit der Höhe, so beschreibt jeder Schallstrahl eine Zykloide, die nach unten konvex ist, wenn die Temperatur mit der Höhe abnimmt (normaler Zustand), nach oben, wenn die Temperatur mit der Höhe zunimmt (Temperaturumkehr).

Alle diese Zykloiden können erzeugt gedacht werden dadurch, daß die Kreise, welche durch den Ausgangspunkt der Schallstrahlen gehen, und die Horizontale des absoluten Nullpunktes berühren, auf dieser abrollen: die Ebenen der Kreise bleiben hierbei stets vertikal.

Natürlich gilt dies Ergebnis ganz ebenso für jede Wellenbewegung, bei der die Geschwindigkeit proportional der Quadratwurzel aus der Höhe ist.

Daß als Bahnkurve eine Zykloide herauskommen mußte, hängt damit zusammen, daß ein Wellenstrahl, der von einem Medium in ein anderes übertritt, und dabei dem Snelliusschen Gesetz folgt, zugleich in kürzester Zeit von einem Punkt A des einen zu einem Punkt B des anderen Mediums gelangt. Ändert sich also die Geschwindigkeit stetig, so kommt er, immer dem Brechungsgesetz folgend, in kürzester Zeit von einem Punkt seiner Bahn zu einem andern. In unserem Fall ist die Geschwindigkeit proportional der Quadratwurzel aus der

Höhe; ebenso ist es aber bei der Fallbewegung; da nun hier bekanntlich die Zykloide die Kurve kürzester Fallzeit (Brachistochrone) ist, so ist es nicht zu verwundern, daß auch als Bahn der Schallkurven eine Zykloide sich ergeben muß.

Es liegt nun die Vermutung nahe, daß das oben gefundene Resultat imstande sei, die eigentümlichen Erscheinungen zu erklären, die bei der Fortpflanzung des Kanonendonners beobachtet werden, und die darin bestehen, daß auf ein Gebiet normaler Hörbarkeit die sogenannte „Zone des Schweigens" folgt, d. h. ein Gebiet, wo kein Schall vernommen wird, daß aber jenseits dieser Zone des Schweigens wieder der Schall gehört wird[1]). Es handelt sich aber hier offenbar um ein sehr verwickeltes Phänomen, bei dem außer der Lufttemperatur noch eine Reihe anderer Faktoren, wie Reflexion, Beugung, Wind, vielleicht auch Erdbodenleitung mitwirken, und die isolierende Behandlung eines derselben, also hier der Temperaturänderung, wird kaum eine allseitig befriedigende Erklärung zu geben vermögen. Immerhin aber könnte daran gedacht werden, daß die bei normalem Temperaturgefäll nach oben konkaven Zykloiden in einer höher liegenden Schicht, wo Temperaturumkehr herrscht, in die nach oben konvexe Form umgebogen und zur Erde zurückgeleitet würden. Leider aber stimmen die bei der Rechnung sich ergebenden Zahlen mit den beobachteten hinsichtlich der Größenordnung schlecht überein[2]). Es treten nämlich hauptsächlich zwei Umkehrschichten auf, die eine etwa von 1000—1500 m, gewöhnlich über Wolkenschichten, mit einem Gradienten von etwa $\gamma = +0{,}02$, und eine zweite von etwa 12 000—18 000 m mit einem Gradienten von etwa $\gamma = +0{,}0015$. Nimmt man eine Umbiegung an der ersteren an, so würde der Schallstrahl schon nach etwa 20 km wieder herunter kommen. Legt man aber die höhere Schicht zugrunde, so kommt man auf Entfernungen von 400—500 km, wobei aber die Dicke der Umkehrschicht 50—70 km betragen müßte. Beides stimmt nicht mit der Erfahrung überein. Wie freilich die Temperaturverhältnisse in den höheren Schichten der Atmosphäre beschaffen sind, darüber liegen keine Beobachtungen vor, und umgekehrt aus der Tatsache der Zone des Schweigens auf das Vorhandensein einer Temperaturumkehrschicht in größeren Höhen schließen zu wollen, wäre doch sehr gewagt. Jedenfalls aber muß die Umkehrung der Schallstrahlen, um die großen horizontalen Entfernungen zu erklären, in Höhen der Atmosphäre erfolgen, über die keine Beobachtungen vorliegen. Dorthin verlegt z. B. v. d. Borne[1]) die Reflexion, von der er annimmt, daß sie an der allerdings hypothetischen Grenze der Stickstoff- und Wasserstoffatmosphäre erfolge. Die dabei sich ergebenden Zahlen stimmen besser mit der Erfahrung überein.

Der Einfluß der Lufttemperatur vermag also wohl das Aufsteigen der Schallstrahlen und damit vielleicht lokale Abnormitäten in der Schallverbreitung (z. B. Unhörbarwerden auf verhältnismäßig kurze Entfernung) zu erklären, wie solche aus der Kriegsgeschichte mehrfach bekannt sind[2]). Dagegen scheint es nicht, daß er, ohne willkürliche Annahmen über die Temperatur der höheren Luftschichten, eine befriedigende Erklärung für die „Zone des Schweigens" und die daran sich anschließende Zone der abnormen Hörbarkeit zu geben vermag.

Anmerkung bei der Korrektur: Erst während des Druckes erhalte ich Kenntnis von der Abhandlung des Hrn. Nölke in dies. Zeitschr. **17**, 31, 1916: „Zur Erklärung der beim Geschützdonner, bei großen Explosionen usw. beobachteten Fortpflanzungseigentümlichkeiten des Schalles". Dort wird mit Recht auf die wichtige Rolle hingewiesen, welche die Beugung bei der Fortpflanzung des Schalles spielt. — Die Rechnung ist in abgekürzter Form durchgeführt; daß sich als Bahnkurve eine Zykloide ergibt, wird nicht ausdrücklich bemerkt, sondern es wird näherungsweise eine Parabel an ihre Stelle gesetzt. Die in Rede stehende Erscheinung wird dann durch Totalreflexion gebeugter Strahlen an einer Umkehrschicht zu erklären gesucht. Die Schwierigkeit aber, daß es sich in vertikaler Richtung nur um wenige Kilometer, in horizontaler um Hunderte von Kilometern handelt, scheint mir nicht genügend berücksichtigt.

1) Nach Meinardus (Die Hörweite des Kanonendonners bei der Belagerung von Antwerpen. Meteorol. Zeitschr. 1915, Heft 5, S. 199—206) erstreckte sich z. B. bei der Belagerung von Antwerpen das Gebiet normaler Hörbarkeit etwa 100 km weit, dann folgte bis etwa 160 km die Zone des Schweigens, darauf wieder Hörbarkeit bis etwa 230 km.

2) Die folgenden Zahlenangaben verdanke ich gütigen Mitteilungen des Herrn Prof. Dr. Pilgrim, Vorstands der meteorologischen Abteilung des K. Statistischen Landesamts in Stuttgart.

1) Über die Schallverbreitung bei Explosionskatastrophen. Diese Zeitschr. 11, 483—488, 1910.

2) Vgl. hierüber: Dörr, Über die Hörbarkeit von Kanonendonner, Explosionen u. dgl. Meteorol. Zeitschr. 1915, Heft 5, S. 208—215.

Reutlingen, März 1916.

(Eingegangen 30. März 1916.)

Über einen Vakuumspektrographen zur Aufnahme von Hochfrequenzspektra und eine mit demselben ausgeführte vorläufige Untersuchung der seltenen Erden [1]).

Von Manne Siegbahn und Einar Friman.

(Mit Tafel IV.)

I. Beschreibung des Vakuumspektrographen.

Um die Hochfrequenzspektra der Elemente bei größeren Wellenlängen untersuchen zu können, haben die Verfasser einen Vakuumspektrographen bauen lassen. Ein solcher muß, wie unsere früheren Messungen gelehrt haben, folgende Bedingungen erfüllen. Erstens muß der Kristall beweglich sein, da sonst Unebenheiten in der Kristallstruktur stark zur Geltung kommen (vgl. auch Rutherford und E. Wagner). Zweitens ist zur Erzielung eines guten Auflösungsvermögens außer einem sehr feinen ersten Spalt gute Fokussierung nötig. Es ist somit erforderlich, daß der Abstand erster Spalt-Kristalldrehungsachse möglichst gleich der Entfernung Kristalldrehungsachse-Platte ist.

Der nach diesen Prinzipien gebaute Apparat ist in den Fig. 1 und 2 dargestellt, wobei Fig. 1 einen Vertikal-, Fig. 2 einen Horizontalschnitt desselben gibt. Der Spektrograph besteht aus einem runden, 6 mm dicken Messingkasten von 8 cm Höhe und 30 cm inneren Durchmesser. Der obere, 35 mm breite Rand BB ist sorgfältig plan geschliffen, ebenso der entsprechende Teil CC des Deckels. Dieser ist, wie auch der Boden, mit radialen Verstärkungen versehen, um den Druck aushalten zu können. Der Deckel hat außerdem einen Handgriff H und eine Schraube S. Letztere dient dazu, den Deckel nach dem Lufteinlassen zu heben. Der Kasten ruht auf drei Stellschrauben. In der Mitte des Bodens ist eine konische Ausbohrung, durch die ein gut passender Messingkonus M geht, auf dem der Kristallhalter angebracht ist. Dieser besteht aus einem Schlitten G, der mit Hilfe der Schraube r verschoben werden kann. Auf dem Schlitten befindet sich der eigentliche Tisch T, der durch die Schraube u um die Achse a sich drehen läßt. Durch diese Anordnung kann man den Kristall K sehr genau einstellen. Der Kristall ist mittels eines Bügels b an dem Tisch befestigt. Der untere Teil des Konus ist mit einem etwa 20 cm langen Messingarm L durch die Schraube fest verbunden, welche mit einem Zeiger Z versehen ist. Dieser läuft der Skala N entlang, die den Drehungswinkel des Kristalls direkt in Graden angibt. Der Messingarm L wird mit Hilfe einer langsam rotierenden Exzenterscheibe in eine hin- und hergehende Bewegung versetzt.

Durch die Wand des Kastens gehen zwei angelötete einander gegenüberliegende Röhren R und U. Erstere steht durch einen Schlauch in Verbindung mit der Vorpumpe. In dem anderen steckt ein Rohr V, dessen Ende mit einer plangeschliffenen Messingscheibe m bedeckt ist, welche mit einem 0,1 mm feinen, goldgeränderten Spalt b versehen ist.

Zwischen diesem und dem Kristall ist ein Bleischutz P angebracht, der einen etwa 2 mm breiten Spalt hat. In dem Rohre V befindet sich noch ein $1^1/_2$ cm dicker zylindrischer Bleischutz z mit einer Öffnung von ca. 1 mm. Das benutzte Röntgenrohr X war von der früher[1]) beschriebenen Konstruktion. Es wurde an dem Spektrographen in der Weise befestigt, daß der ausgezogene Teil desselben in das Rohr U eingeführt und dann eine luftdichte, elastische Verbindung mit Hilfe Pizein erreicht wurde.

Die photographische Platte wird in der Kassette F angebracht. Diese ist mit dem Schlitten G durch zwei Schrauben i, die durch die Füße F gehen, fest verbunden. Die Füße sind mit rechteckigen Ausbohrungen versehen, wodurch die Kassette ein wenig verschoben bzw. gedreht werden kann. Diese Anordnung ermöglicht es, die Platte senkrecht gegen die Linie Spalt—Kristalldrehungsachse ebenso wie in derselben Entfernung einzustellen, wie den Spalt von der Kristalldrehungsachse. Der Schlitten ruht auf drei Stahlkugeln o (vgl. H. G. J. Moseley, Phil. Mag. 27, 1914), von denen die zwei hinteren in einer kreisförmigen Ausbohrung g laufen, während die vordere in eine der radial gehenden Vertiefungen h taucht. Der Schlitten nimmt in dieser Weise einige ganz feste Lagen ein. Die Zahl der radial gehenden Ausbohrungen beträgt 13, welche in ungefähr gleicher Winkelentfernung voneinander liegen. Diese Winkel sind sehr genau gemessen worden. Der Öffnungswinkel der Kassette beträgt etwa 37° und die Platten überdecken einander in zwei naheliegenden Lagen mit 4° bis 5°. Der Winkel einer Spektrallinie wird mit Hilfe einer Bezugslinie bestimmt, die mit einem Messer genau an derselben Stelle an dem Innenrand der Kassette gezogen wird. Die Entfernung dieser Linie von der Mitte der Platte wird durch beiderseitige Aufnahme der $K\alpha$-Linien des Silbers ermittelt.

Das Auspumpen des Röntgenrohres geschieht

[1]) (Die bei der Untersuchung verwendeten Stoffe wurden in sehr entgegenkommender Weise von Dr. Carl Freiherr Auer von Welsbach zur Verfügung gestellt. Es sei mir an dieser Stelle gestattet, für diese Freundlichkeit meinen aufrichtigen Dank auszusprechen. Siegbahn.)

[1]) Siegbahn und Friman, Ann. d. Phys. 1916.

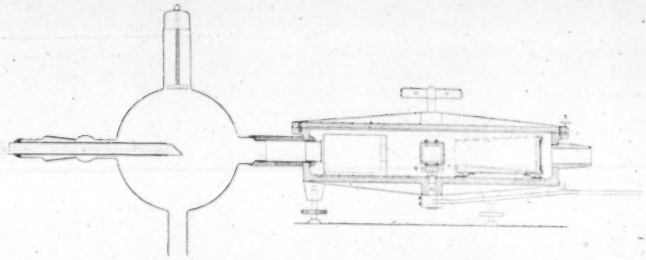

Fig. 1. Vakuumspektrograph (Vertikalschnitt).

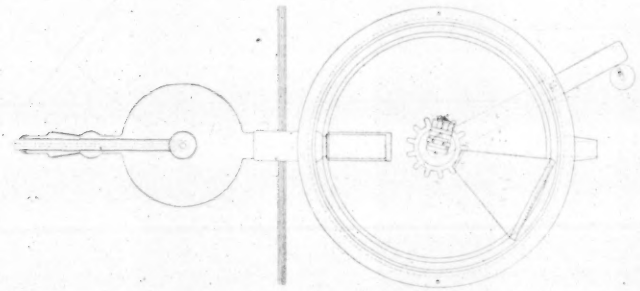

Fig. 2. Vakuumspektrograph (Horizontalschnitt).

mit Molekularpumpe. Die Vorpumpe wird gleichzeitig für das Röntgenrohr und den Spektrographen benutzt. Diese sind durch eine ca. 0,001 mm dünne Aluminiumfolie getrennt, die an dem Spalt aufgelegt wird. In dieser Weise erhält man in wenigen Minuten Röntgenvakuum.

Eine Photographie der ganzen Apparatur ist in der Tafel (Fig. 3) reproduziert. Um die Leistungsfähigkeit des Vakuumspektrographen zu zeigen, ist noch eine Aufnahme des Hochfrequenzspektrums (L-Reihe) des Aldebaraniums in etwa dreifacher Vergrößerung wiedergegeben (Fig. 4).

II. Vorläufige Untersuchung der seltenen Erden.

Durch unsere früheren Untersuchungen[1]) bei U-Ta ist bekannt, daß die L-Reihe aus wenigstens 11 Linienserien besteht. Für die Weiterverfolgung dieser Serien zu den nächstfolgenden Elementen ist eine Voruntersuchung betreffs Reihenfolge und Reinheit der wenig bekannten seltenen Erden nötig. Wegen des Ineinandergreifens der L-Serien einander naheliegender Elemente ist genügende Reinheit eine Hauptbedingung für die Feststellung der Serien. Hat es sich doch bei den Elementen Ta-U gezeigt, daß mehrere Serien einander kreuzen und folglich bei einigen Elementen zwei Linien, die verschiedenen Serien angehören, zusammenfallen.

Bei der jetzigen Untersuchung wurde die stärkste Linie (α_1) und ihr Satellit (α_2) in dem ganzen Gebiet Pr—Ta mit Ausnahme der zwei Elemente $Tu\ I$ und $Tu\ II$ bestimmt. Diese Dublette ist wegen ihres charakteristischen Aussehens leicht zu erkennen. Bei jeder Aufnahme wurde immer ein hinreichend großer Wellenlängenbezirk photographiert, um festzustellen, ob die nächstliegenden Elemente als Verunreinigungen vorkamen. Die Aufnahmen zeigen durchweg, daß die benutzten Präparate sehr rein waren. In den Fällen, wo Andeutungen von Verunreinigungen auftraten, gehörten die bezüglichen Linien einem Element an, das früher als Strahlengeber benutzt worden war und von dem daher einige Reste im Rohr wahrscheinlich zurückgeblieben waren. Die Antikathode selbst wurde zwar nach jeder Aufnahme rein gefeilt, es ist aber von uns schon früher bemerkt worden, daß trotzdem das Spektrum eines vorher benutzten Elementes bei der nächsten Aufnahme nochmals erscheint.

Sämtliche Elemente wurden als feines Pulver

1) Siegbahn und Friman, diese Zeitschr. 17, 17, 1916; Ann. d. Phys. 1916.

auf eine Kupferantikathode aufgerieben, nachdem diese mit einem Messer geritzt worden war. In dieser Weise gelang es schon mit winzigen Mengen des Stoffes kräftige Spektra zu erzeugen.

Die Tabelle I gibt die erhaltenen Wellenlängen an.

Tabelle I.

Nr.	Elem.	$\lambda \cdot 10^8$ cm α_1	α_2
73	*Ta*	1,518	1,528
72	*Tu II*	—	—
71	*Cp*	1,619	1,629
70	*Ad*	1,670	1,681
69	*Tu I*	—	—
68	*Er*	1,783	1,794
67	*Ho*	1,843	1,854
66	*Dy*	1,907	1,916
65	*Tb*	1,973	1,983
64	*Gd*	2,043	2,054
63	*Eu*	2,121	2,131
62	*Sa*	2,200	2,210
61	—	—	—
60	*Nd*	2,369	2,379
59	*Pr*	2,462	2,472

In der Tabelle II sind die Werte von $\sqrt{\frac{1}{\lambda}}\ 10^{-4}$ (bei α_1) nebst den Differenzen dieser Werte zweier aufeinanderfolgenden Elemente angegeben.

Tabelle II.

Nr.	Elem.	$\sqrt{\frac{1}{\lambda}} \cdot 10^{-4}$ α_1	Diff.
73	*Ta*	0,812	
72	*Tu II*	—	13
71	*Cp*	0,786	13
70	*Ad*	0,774	12
69	*Tu I*	—	13
68	*Er*	0,749	12
67	*Ho*	0,737	12
66	*Dy*	0,724	13
65	*Tb*	0,712	12
64	*Gd*	0,700	12
63	*Eu*	0,687	13
62	*Sa*	0,674	13
61	—	—	12
60	*Nd*	0,650	12
59	*Pr*	0,637	13

Der stärkste Komponent (α_1) dieser zwei Linien ist für einige dieser Elemente von Moseley[1]) bestimmt worden. Abgesehen von einer fehlerhaften Bezeichnung bei Nummer 66, die Dysprosium sein soll, ist die Übereinstimmung sehr gut. Ebenso ist der Anschluß an unsere früheren Messungen ($U-Ta$) sehr befriedigend, wie die erste Differenz $Ta-Cp$ zeigt.

Ferner stimmt die nach den Röntgenspektren beurteilte Reihenfolge der Elemente in diesem Gebiete mit den allgemein angenommenen überein und zeigt zwischen *Nd* und *Sa* ein fehlendes Element ($N = 61$) an. Die zwei als *Tu I* und *Tu II* bezeichneten Elemente, die uns nicht zur Verfügung standen, sind zwischen $Er-Ad$ bzw. $Cp-Ta$ einzureihen. Für weitere Elemente sind in diesem Bereich keine Plätze im System übrig.

Lund, Physikalisches Institut 25. März 1916.

(Eingegangen 1. April 1916.)

1) Moseley, loc. cit.

Versuche über den Einfluß der Bestrahlung mit ultraviolettem Licht auf das Emissionsvermögen von Metallen im Ultrarot[1]).

Von Heinrich Hörig.

Wenn ich im Folgenden einige Versuche mitteile, die ich in Erwartung eines Einflusses ultravioletter Strahlen auf das Emissionsvermögen von Metallen zwischen Zimmertemperatur und etwa 100° C angestellt habe, so bin ich mir bewußt, daß sie in mehrfacher Hinsicht unvollkommen sind; doch glaubte ich sie in Anbetracht des Interesses, das dieser Gegenstand besitzt, dennoch mitteilen zu dürfen.

I. Teil. Experimentelles.

Versuche mit dem Apparat Fig. 1.

Da es sich zunächst darum handelte, rein qualitativ unter verschiedenen Bedingungen nach einer Änderung des Emissionsvermögens zu suchen, so habe ich die Abkühlungszeiten einer elektrisch geheizten und nach Ausschalten des Stromes sich selbst überlassenen Silberfolie von 0,01 mm Stärke gemessen: belichtet und unbelichtet. Die 100 mm lange und 35 mm breite Folie ist, wie Fig. 1 zeigt, zwischen zwei der Stromzuführung dienenden Backen M_1 und M_2 ausgespannt, welche zusammen mit den beiden Hartgummiplatten H_1, H_2 einen Rahmen bilden, der auf einer Seite durch die Glasplatte *Gl*, auf der anderen durch die mit einer durch die Quarzplatte *Q* bedeckten Öffnung versehenen Messingplatte *M* (unter Zwischenlage dünnen Hartgummiblattes wegen M_1 und M_2) zu einem vakuumdichten Gefäße verkittet ist, das durch ein unten angesetztes Rohr an die Gaedepumpe angeschlossen werden kann. Das Vakuum betrug meist etwa 10^{-5} mm *Hg*, war jedenfalls immer derart, daß die Temperatursteigerung durch den gleichen Heizstrom beträchtlich größer war als bei Atmosphärendruck.

Der Temperaturverlauf wurde thermoelektrisch verfolgt. Dazu sind, wie Fig. 1 zeigt, drei 0,02 mm starke Konstantandrähte an die Folie

1) Diese Arbeit ist mit Unterstützung aus den Mitteln der Robert Bosch-Stiftung ausgeführt worden.

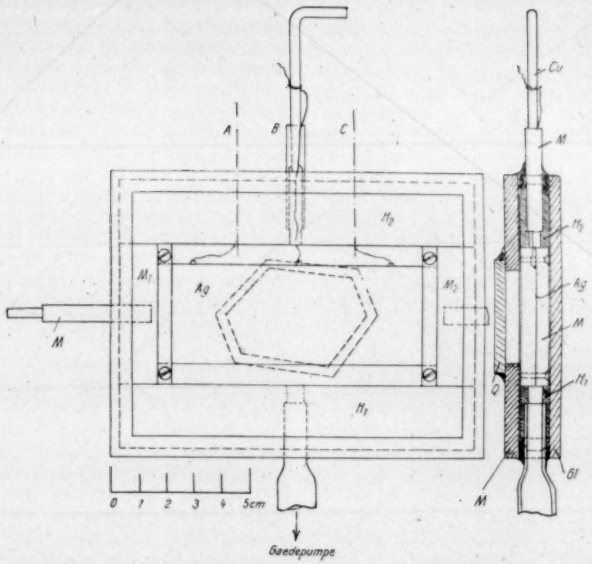

Fig. 1.

angelötet und in leicht lösbarer Weise durch ein Konussystem bei A, B und C nach außen geführt. Sie bilden zusammen mit der Silberfolie Thermoelemente, von denen bei den hier beschriebenen Versuchen das mittelste Verwendung fand. Die Messung der Thermokraft erfolgte mit einem kleinen Edelmannschen Saitengalvanometer. Wie eine Beobachtung mit A und C erkennen ließ, hat man es bei dem mittleren Teile der Folie, welche allein zur Bestrahlung gelangte, im wesentlichen nur mit Wärmeverlusten durch Strahlung zu tun. Im Interesse der Einfachheit ist zunächst von einer, prinzipiell natürlich weit vorteilhafteren, photographischen Aufnahme der Temperaturkurven abgesehen worden. Der Durchgang der Galvanometersaite [1]) durch bestimmte Teilstriche wurde mit einer Stoppuhr ermittelt. Ausschalten des Heizstromes und Einschalten des Galvanometers geschah durch einen und denselben Hebel in sehr rascher Folge. Sofern es sich um die Zeitmessung vom Augenblicke der Stromausschaltung an handelt, hätte man die Stoppuhr allenfalls noch automatisch auslösen können und nur die (etwa 10 Sek. später erfolgende) Abstoppung beim Fadendurchgang von Hand zu bewirken brauchen, doch erschien dieser Vorteil zu gering. Der hier mitsprechende persönliche Fehler wurde durch Häufung der Beobachtungen zu eliminieren gesucht. Selbstverständlich sind die in die persönliche Funktion eingehenden Parameter bis zu einem gewissen Grade von den Versuchsoperationen (Hell—Dunkel) abhängig, doch dürfte diese systematische Fehlerquelle hier kaum von Bedeutung sein.

Als Strahlungsquelle diente die in einem eisernen mit einem von Hand oder durch Fußtritt zu betätigenden Schieber versehenen Bogenlampengehäuse aufgestellte Quarzquecksilberlampe für 110 Volt von Heraeus. Sie befand sich etwa 12 cm von der Folie entfernt und wurde mit einer Akkumulatorenbatterie gespeist.

I. Die Abkühlungszeiten vom Augenblicke des Ausschaltens des Heizstromes bis zu einer bestimmten niedrigeren Temperatur wurden mit und ohne Bestrahlung verglichen. Die Bestrahlung mit der Lampe erfolgte während des Erwärmens und Kühlens.

Die Belichtung des kalten Streifens bewirkte hier zunächst einen kleinen Ausschlag, der in „Sättigungsform“ sich nach 3—5 Sek.

1) Die Nichtproportionalität des Saitenausschlages mit der Stromstärke, auf die Sperling in seiner Dissertation, Beiträge zur Kenntnis der Selenzellen, Gießen 1908 (im Simonschen Institut für angewandte Elektrizität in Göttingen gemacht), Seite 13 hinweist, spielt hier zunächst keine Rolle.

einem Endwerte α_0 näherte, welcher einer elektromotorischen Kraft von etwa $3 \cdot 10^{-4}$ Volt entsprach und somit, falls man ihn als Temperaturerhöhung zu deuten berechtigt gewesen wäre, eine solche von etwa 5—6° bewirkt haben würde. Tatsächlich scheint es sich aber um eine noch der näheren Untersuchung bedürfende besondere Wirkung des ultravioletten Lichtes zu handeln. Es sei hier nur erwähnt, daß mit Zwischenschaltung von dünnem Glimmerblatt, Glas, Hartgummi oder Papier dieser Ausschlag vollkommen unterdrückt wurde. Ultraviolett wird von Glimmer ja ziemlich stark absorbiert, während ultrarote Strahlen noch ziemlich reichlich durchgehen. Letztere würden übrigens wegen des hohen Reflexionsvermögens des *Ag* für lange Wellen nur in beschränktem Maße in Wirkung treten. Man wird zunächst schließen, daß es sich um eine Wirkung des Ultravioletts handelt. Sie ist ziemlich stark vom Zustande der Lampe abhängig. Der Umstand, daß die ultravioletten Strahlen, denen ja bei der Heraeuslampe eine relativ große Energie zufällt, vom Silber, namentlich in der Gegend von 316 $\mu\mu$ sehr stark absorbiert werden, ist beachtenswert. Für eine bloße Temperatursteigerung erscheint mir die Wirkung zu groß; vielleicht hängt der Einfluß mit den Effekten zusammen, welche Weidert[1]) auf Veranlassung von Rubens an *Pt*|Selen|*Pt*-thermoelementen konstatiert hat. Für das Folgende ist α_0 als Nullpunktsverschiebung unbekannter Herkunft in Rechnung gezogen.

Bei einem Heizstrom von 12,5 Amp. stellte sich nach 20 Sek. ein in Hinblick auf die unvermeidlichen seitlichen Unregelmäßigkeiten in der Bedienung des Schalters genügend stationärer Zustand ein, und es ergab sich der maximale Ausschlag bei Belichtung ein klein wenig geringer als ohne dieselbe. Mit Berücksichtigung von α_0 etwa 19,3 gegen 18,7 Skalenteile. Als eigentliche Beobachtungsmethode ist dies zunächst nicht herangezogen worden. Die nach I. gemessenen Abkühlungszeiten ergaben als Mittelwerte aus verschiedenen Beobachtungsreihen folgende Zahlen:

t dunkel	t hell	Δt	$= {}^0/_0$ von t dunkel
12,84	12,64	0,20	1,7
12,93	12,68	0,25	1,9
12,40	12,07	0,33	2,7
12,92	12,25	0,67	5,2
13,00	12,22	0,78	6,0
12,70	12,35	0,35	2,8
12,87	12,69	0,18	1,4
12,06	11,85	0,21	1,7
		im Mittel:	3 ${}^0/_0$.

1) Weidert, Ann. d. Phys. **18**, 811, 1905.

Die gewonnenen Δt sind im Mittel vom Betrage 0,4 Sek. Die Stoppuhr arbeitete mit Fünftelsekunden. Es ist selbstverständlich in dieser Hinsicht ein sehr rohes Verfahren. Das Gesamtergebnis — und der Eindruck, den man bei den Experimenten bekam — spricht aber doch dafür, daß bei Bestrahlung mit der Quarzlampe die Wärmeverluste des Streifens etwas größer sind. Hätte sich eine Verlangsamung des Prozesses ergeben, so würde man den Einwand erheben können, daß die Veränderung durch eine Energieaufnahme der Folie aus der Lampenstrahlung bedingt sei, da es sich aber um eine Beschleunigung handelt, so scheint dies doch auf eine vermehrte Emission des *Ag* zu deuten — wenn man die, bis zu einem gewissen Grade ja sicher vorhandene, Energieaufnahme berücksichtigt, sogar a fortiori.

Die Silberfolie war bei allen diesen Versuchen geerdet. Die Zahlen entsprechen verschiedenen Versuchsreihen. Dabei ist die für die Heizung verwendete Spannung nicht immer genau die gleiche gewesen, auch die Lampenbeschaffenheit hat geschwankt — dadurch erklären sich die Abweichungen der Zahlen voneinander.

Bezüglich α_0 kann man nach den im Laufe der Experimente gemachten Erfahrungen sagen: α_0 wird höchstens mit der Zeitdauer der Belichtung noch etwas ansteigen, keinesfalls zurückgehen (sofern die Lampe genügend konstant brennt). Der Versuch, bei stationärem α_{max} die Größe α_0 etwa dadurch ermitteln zu wollen, daß man während des konstant gehaltenen Heizstromes belichtete, ließ sich mit dieser Anordnung nicht gut anstellen, da es nicht zweckmäßig war, das Galvanometer hier gleichzeitig mit dem Heizstrom zu benutzen. Es konnte also α_0 hier nicht direkt für die höchsten Temperaturen gemessen werden. Nimmt man aber an, α_0 wäre zu gering bewertet worden, so würde die abgestochene Zeit im Falle der Belichtung etwas zu groß ausgefallen sein: das heißt die Ausstrahlung ging tatsächlich noch etwas rascher vor sich als den obigen 3 Proz. entsprechend.

II. Es ist von Interesse, zu prüfen, wie sich die bei hell und dunkel erhaltenen Kühlzeiten verhalten, wenn man α_0 nicht als Nullpunktsverschiebung in Rechnung zieht, sondern nur die zu gleichen α gehörenden Zeitabschnitte bestimmt. Man übersieht sofort, daß eine bloße Nullpunktsverschiebung (also ohne Effekt) eine beträchtliche scheinbare Vergrößerung der Kühlzeit bewirken wird. Ist dagegen die unter I behauptete beschleunigende Wirkung vorhanden,

so wird die Kurve sowohl in ihrer maximalen Ordinate als auch in ihrer Form etwas geändert werden. Die Art dieser Änderung läßt sich nicht ohne weiteres angeben, doch ist plausibel, daß im allgemeinen der in Fig. 2 gezeichnete Fall eintreten wird: für $\alpha_0 = 0$ würde die Dunkelkurve 1 bei Belichten übergehen in 3. Wenn

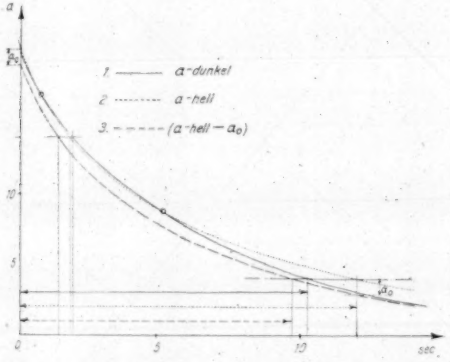

Fig. 2.

aber α_0 einen genügenden Betrag erreicht, so wird 3 in die Lage 2 gehoben, in der sie 1 in zwei Punkten durchschneidet. Geht man dann beim Herausstechen einer gewissen Kühlperiode mit deren Ende bis zu einer genügend kleinen Ordinate herab, so bekommt man trotz des rascheren Kühlens eine beträchtliche Zunahme der betreffenden Zeit. Greift man dagegen das Zeitintervall bei größeren Ordinaten heraus, so wird man eine Verkürzung erhalten, die aber bei weitem nicht so groß ausfallen kann. Dieser Fall aber könnte offenbar bei einer Verzögerung der Ausstrahlung nicht eintreten, denn erstens würde die Anfangsordinate (selbst für $\alpha_0 = 0$) größer geworden sein, und zweitens würde die Kurve flacher, somit unbedingt oberhalb der Dunkelkurve verlaufen. Ferner ist zu beachten, daß in der Nähe des unteren Durchschneidungspunktes, falls dieser zufällig etwas weit unten liegen würde, durch geringe Schwankungen in der Versuchsanordnung (Heizstrom, Lampe) leicht ein Umschlagen einer kleinen Verkürzung in relativ große Verlängerung eintreten kann. Diese Überlegungen entsprechen dem experimentellen Befund. Bei einem $\alpha_{max} = 18$ wurde die Kühlzeit bestimmt für $15 \to 9$, $15 \to 5$ usw.; mit folgendem Ergebnis:

t dunkel	t hell	Δt	% von t dunkel
$15 \to 9$			
2,8	3,4	0,6	22
$15 \to 5$			
6,63	7,24	0,61	9,2
$15 \to 4$			
8,3	11,2	2,9	35
$15 \to 3$			
10,60	10,26	0,34	3,2 (Verkürzung!)
10,60	12,70	2,10	40
$15 \to 2$			
8,40	9,65	1,25	15.

III. Während bisher die Bestrahlung immer während des ganzen Heiz- und Kühlprozesses erfolgte, wurde sie nun nur während des Kühlprozesses vorgenommen. Infolgedessen machte sich das in etwa 3 Sek. zustande kommende α_0 in dem Intervall des ersten, steilsten, Temperaturabfalls nur wenig bemerkbar. Die Lampe wurde durch Schnurlauf und Fußtritt a) im Augenblicke des Umschaltens, b) bei $\alpha = 15$ aufgezogen, indem man mit der linken Hand den Umschalter und mit der rechten die Uhr bediente. Dann ergab sich a) die Kühlzeit um etwa 8 Proz. verlängert, b) bei einer Beobachtungsreihe 45 Proz. Verlängerung, bei einer anderen in Abwechslung mit a) vorgenommen, für beide Beobachtungen im Mittel der gleiche Wert: 38 Proz. Verlängerung. Auch hier ergibt sich kein Widerspruch gegen das Vorhandensein der beschleunigenden Wirkung, denn: der Umstand, daß die Durchschneidung der Hell- und Dunkelkurve bei der unteren Ordinate in ungefähr gleicher Weise stattfindet, läßt sich zwanglos dadurch erklären, daß das ohne α_0 zu erwartende tiefere Herabgehen der Hellkurve durch das etwa 5 Sek. früher zur Ausbildung gelangte α_0 auch in dem Intervall $15 \to 5$ entsprechend mehr gehoben wird für den Fall a), während im Falle b) sich α_0 erst ausbilden muß.

IV. Wenn man nur während des Erwärmens belichtet, so bekommt man fast keinen Einfluß auf die Kühlzeit für ($\alpha_{max} \to 2$). Zum Beispiel: dunkel: 12,64, hell: 12,57. Das ist offenbar so zu verstehen: dank des während der Erwärmung voll ausgebildeten α_0 beginnt die Abkühlung, trotz etwas verringerter maximaler Temperatur, bei etwas größerem α_{max}, verläuft dann aber nicht wie bei konstant gedachtem α_0 parallel und oberhalb der Dunkelkurve, sondern nähert sich ihr wieder in dem Grade, in dem α_0 zurückgeht.

In ähnlicher Weise sind noch verschiedene andere Verhältnisse durchprobiert worden, die nirgends zu einem Widerspruche zu dem unter

I. Mitgeteilten geführt haben. Der Einfluß macht sich in dem flachen Teile der Kurve am meisten bemerkbar. Bestrahlt man einmal nur während des Kühlens und das andere Mal während des Erwärmens und Kühlens, so bekommt man genau dieselben Einflüsse. Ist ferner α_{max} = etwa 20 und bestrahlt man 1. von α_{max} an, 2. von $\alpha = 12$ an und mißt dann die Änderung der Kühlzeit $\alpha_{max} \to 2$, so erhält man fast genau dasselbe; beobachtet man aber im allerersten Gebiete: zwischen $\alpha_{max} = 20$ und $\alpha = 16$, was allerdings nach dieser Methode nur noch wenig zuverlässig sein kann, so gelangt man in das Gebiet, wo die Hellkurve die Dunkelkurve durchschnitten hat und dementsprechend, trotz des bis zu einem gewissen Grade schon ausgebildeten α_0, zu einer Verkürzung der Kühlzeiten, das heißt in Übereinstimmung mit I zu einer Beschleunigung des Kühlprozesses. Mit 12,5 Amp. liegt diese Messung so ziemlich innerhalb der Fehlergrenzen, so daß auf diese 2,8 Proz. geringere Kühlzeit nicht viel zu geben wäre, indessen wird bei 19 Amp. ein analoger Effekt von ca. 2 Proz. erhalten. Ich führe dies nur an, um zu zeigen, daß jedenfalls soweit man es nach dieser ungenauen Methode erwarten kann, man zu keinen widersprechenden Ergebnissen kommt.

Ein Versuch im Magnetfeld.

Mit diesem Apparat Fig. 1 habe ich auch einen Versuch im transversalen Magnetfeld (etwa 6000 Gauß) angestellt und habe dabei im Mittel aus 67 Messungen ohne und 53 mit Feld erhalten: 14,25 — 13,83 = 0,42 = (2,95 Proz.) Verkürzung der Kühlzeit. Ich erwähne dies nur der Vollständigkeit halber, der Versuch bedarf jedenfalls einer Nachprüfung und der Erwägung, inwieweit hier ein Einfluß des Feldes auf die Thermokraft vorgelegen hat.

Bemerkungen zu I—IV.

Auf einen Einwand, den man bei vorstehenden Versuchen erheben kann, will ich noch hinweisen. Man kann die raschere Kühlung durch die im Falle des aufgezogenen Lampenschiebers veränderte „Umgebung", gegen welche die Folie strahlt, erklären wollen. Ich habe diesen Umstand bei diesen ersten Experimenten wenig beachtet. Versuche bei geöffnetem und geschlossenem Schieber und nicht brennender Lampe schienen keine bemerkbare Differenz zu ergeben, und bei brennender Lampe sollte man eher eine langsamere Kühlung erwarten. Gegen diesen Einwand sprechen übrigens Versuche, die ich mit einem „Zweistreifenapparate" angestellt habe, bei welchem zwei vom gleichen Strome durchflossene Silberstreifen gleichzeitig oder wechselnd bestrahlt werden konnten und zwei dahinter befindliche und gegeneinander geschaltete Thermoelementchen mit kleinen „Fühlplatten" an ihren Lötstellen einen Unterschied in dem Verhalten der beiden Strahlungen anzeigten. (Die Thermoelemente waren durch Schliffe im Vakuum so zu regulieren, daß man den Ausschlag auf Null bringen konnte.) Es hat sich hierbei um die Beeinflussung der Maximaltemperatur der Streifen gehandelt bei dauerndem Stromdurchgange, deshalb konnten die Thermoelemente nicht direkt in Berührung gebracht werden. Letzteres hat natürlich zur Folge, daß die resultierende EMK. nur anzeigen kann, ob überhaupt irgendeine Verschiedenheit in der Strahlung beider Streifen eintritt; man kann nicht ohne weiteres aus der Temperaturerhöhung eines Thermoelements auf vermehrte Ausstrahlung des betreffenden Streifens schließen. Die mannigfachen hiermit angestellten Versuche ließen im allgemeinen erkennen, daß irgendeine Änderung in dem Verhalten der Folien beim Bestrahlen eintritt, doch will ich darauf nicht weiter eingehen.

Versuche mit dem Apparat Fig. 3.

Zu dieser Anordnung führte das Streben nach möglichster Einfachheit und nach kleinen Abmessungen, denn es erwies sich als erforder-

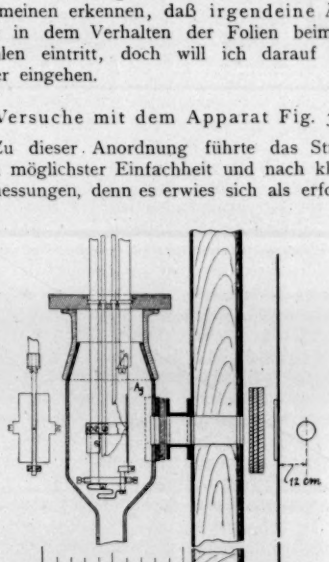

Fig. 3.

lich, den gesamten Vakuumapparat möglichst gut vor Wärmeschwankungen zu schützen. — Der strahlende Körper besteht aus einem 3 mm breiten, etwa 80 mm langen und 0,01 mm starken Silberstreifen, der, vertikal ausgespannt, unten durch eine kupferne Feder dauernd straff gehalten wird, so daß beim Stromdurchgange kein Verlagern eintritt. Das erregende Licht tritt in Fig. 3 von rechts her durch die schon bei den anderen Apparaten benutzte Quarzplatte und eine längliche Öffnung in der Glaswand in das Vakuumgefäß ein und fällt auf den Streifen, dessen Temperatur mit einem an der Rückseite in der Mitte des bestrahlten Gebietes mit möglichst wenig (reinem) Zinn angelötetes Kupfer-Konstantanthermoelement gemessen wird. Diese Thermodrähte sind so angeordnet, daß sie im Schatten des Streifens verlaufen. Zur Sicherheit gegen eventuelle Ultraviolettwirkungen wurden bei einigen Versuchen noch die in der Figur sichtbaren Schutzplatten[1]) verwendet, welche, ohne die Folie oder die Thermodrähte zu berühren, dafür sorgten, daß das Licht nur die Folie traf. Der Gefäßdeckel bestand aus Hartgummi.

Um störende Nebeneinflüsse durch Wärmestrahlung, Luftströmungen u. a. fernzuhalten, befand sich der ganze Aufbau samt Widerstand und zwei Akkumulatoren für die Erwärmung der Streifen in doppelwandigen, mit Holzwolle ausgestopften Pappkästen. Die in Fig. 3 rechts im Schnitt gezeichnete Seitenwand besteht in der Mitte aus Holz, die schwarz ausgezogenen Belegungen sind aus Bleiblech hergestellt. Das aus dem gleichen Material gefertigte Kanalstück zwischen der Quarzplatte und der Innenwand des Schutzkastens sollte zugleich Luftströmungen durch die Öffnung vermeiden. Die von der (als Kreis angedeuteten) Quarzlampe, welche im eisernen Bogenlampenkasten stand, ausgehenden Strahlen gehen bei geöffnetem (Blei-)Schieber durch ein Ultraviolettfilter[2]), so daß hier wohl angenommen werden darf, daß bis auf die durch das Filter gehenden Strahlen beim Öffnen und Schließen des Schiebers keine in Betracht kommende Änderung der „Umgebung" des Silberstreifens resultierte. — Bei nicht brennender Lampe war das Öffnen und Schließen des Schiebers gänzlich ohne Einfluß auf den Zustand des Streifens.

Im Gegensatz zu den oben beschriebenen Versuchen, bei denen zu bestimmten Ordinaten (Temperaturen) die zugehörenden Zeiten ermittelt wurden, diente dieser „Einstreifenappa-

1) Links herausgezeichnet: von vorn; unten im Grundriß.

2) Bestehend aus 3 Uviolglasplatten mit 2 Zwischenschichten.

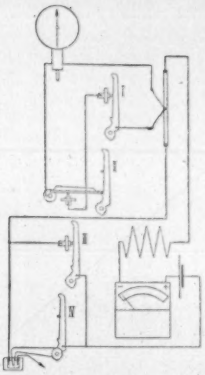

Fig. 4.

rat" in Verbindung mit einem Helmholtzschen Pendelunterbrecher von Edelmann, München, und einem ballistischen Galvanometer[1]) zur Messung von Temperaturen in definierten Zeitpunkten. Dieses Verfahren entsprang u. a. dem Wunsche, in dem ersten Zeitabschnitt nach Abstellen des Heizstromes beobachten zu können. Fig. 4 zeigt die gesamte Anordnung. Der zwei parallel geschalteten Akkumulatoren entnommene Erwärmungsstrom floß, wenn die beiden parallel geschalteten Pendelkontakte III und IV geschlossen waren, über einen Strommesser und einen ad hoc gebauten Widerstand durch den Versuchsstreifen. Das Thermoelement liegt über Kontakt I und II an dem mit einem Kurzschlußkontakt versehenen Galvanometer. Der Gang des Versuchs war folgender: Bei kurzgeschlossenem Galvanometer und eingelegten Hebeln I und II werden zur Erwärmung der Folie III und IV geschlossen, was in Anbetracht der benutzten Heizzeit von 40 Sekunden mit genügender zeitlicher Genauigkeit ausführbar ist. Am Ende dieser 40 Sekunden wird durch Fadenzug (vgl. weiter unten!) das Pendel fallen gelassen und seine Platte trifft zuerst Kontakt IV und um den Bruchteil eine Sekunde später erst Kontakt III. Der Quecksilberkontakt IV ist erforderlich, weil für den Heizstrom der Kontakt III allein sich zu unsicher zeigte. Etwaige durch undefiniertes Anliegen von III zustandekommende Schwankungen des Heizstromes können bei dieser Anordnung nur für einen nicht in Betracht kommenden Zeitabschnitt eintreten: die Ausschaltung erfolgt durch III zu einem genau definierten Zeitpunkte. Alsdann

1) Drehspulsystem mit Elektromagneterregung, in der Werkstätte des Instituts von Herrn Präzisionsmechaniker Klopfer gebaut.

schlägt die Pendelplatte den Hebel II um und schließt damit das Thermoelement so lange an das Galvanometer an, bis durch Umschlagen von I der Kreis wieder geöffnet wird. Die Zeit II → I ist klein gegen die Schwingungsdauer des Galvanometers. Der erfolgende ballistische Ausschlag, dessen erster und zweiter Umkehrpunkt notiert wird, gibt ein Maß für die im Mittel in der Zeit zwischen II → I vorhandene Temperatur des Streifens und wird sich in gewissem Grade geringer ergeben, wenn die Abkühlung aus irgendeinem Grunde rascher erfolgt.

Definiertes Streifenpotential war durch eine am Quecksilbernapf bei IV vollzogene Erdung gewährleistet; dies ist auch in Hinblick auf etwaige lichtelektrische Ereignisse von vornherein erforderlich. Auf gute Isolation der gesamten Anordnung wurde in bekannter Weise Sorge getragen. Die Leitungen des Galvanometers waren auch vor Wärmeeinflüssen geschützt, dieses selbst stand in abgeschlossenem doppelwandigen Pappkasten und wurde durch besonderen ebenfalls vor Wärmeschwankungen geschützten Akkumulator erregt. — Auch der Pendelunterbrecher war mit Schutzkasten versehen, der nur vorn eine Öffnung besaß zum Bedienen der Hebel. Dadurch wurde die Sauberkeit wesentlich erhöht.

Um etwaigen permanenten Temperatureinwirkungen auf die Oberflächenbeschaffenheit des Streifens möglichst wenig ausgesetzt zu sein, wurde die Maximaltemperatur der Lötstelle (die des Streifens dürfte nicht unbeträchtlich höher sein, namentlich auch deshalb, weil diese Folien nie ganz frei von Rissen, Löchern und sonstigen Unregelmäßigkeiten sind) zunächst nur zu etwa 60° C gewählt, entsprechend einer Heizstromstärke von 0,62 Amp. und einer Heizdauer von 40 Sek. Nach 25 Sek. war praktisch schon der stationäre Zustand erreicht. Nach Ausschalten des Stromes fiel die Temperaturerhöhung in etwa 5 Sek. um die Hälfte. Ich führe hier zwei verschiedene Fälle an. Es erfolgte das Umschlagen der Kontakthebel

II: 0,02 Sek. nach III
I: 0,5 „ „ II (Fall a),

und:

II: 4 „ „ III
I: 0,5 „ „ II (Fall b).

Zur Erreichung dieser großen Zeitintervalle wurde an dem Pendel eine improvisierte Konstruktion vorgenommen, deren Beschreibung hier übergangen sei. — Die elektromagnetische Auslösung des Pendels war wegen dieser großen Schwingungsdauer (ca. 8 Sek.) nicht mehr zuverlässig und wurde durch eine rein mechanische ersetzt.

Einer großen Anzahl von Versuchen mit dieser Apparatur will ich hier nur das wesentliche Resultat entnehmen: im allgemeinen liegen die Abweichungen der Ausschläge bei offenem und geschlossenem Lampenschieber beinahe innerhalb der Beobachtungsfehlergrenzen. Indessen gewinnt man doch den Eindruck, daß im Mittel eine Tendenz besteht (und zwar in beiden obigen Fällen) zu einer kleinen Verringerung der Temperaturen bei Bestrahlung. Dies sei durch Fig. 5 erläutert. Die Ordinaten sind die den Temperaturen proportionalen ballistischen Galvanometerausschläge, welche zur besseren Übersicht für den Fall mit und ohne Bestrahlung durch gestrichelte bzw. ausgezogene Linien verbunden sind.

Die mit einem Strich nach unten versehenen Ringe sind die Ausschläge, welche bei Bestrahlung erhalten wurden, und zwar erfolgte diese nur während der Abkühlung. Die Beobachtungsreihen A und B entsprechen Fall a (siehe oben), C dem Fall b. Bei A und B ist also von einem α_0 keine Rede (wenigstens sofern es sich um die oben erwähnte, sich langsam in 5—6 Sek. ausbildende Wirkung handelt), die hier auftretende geringe Verminderung der Temperatur im allerersten Gebiete des Temperaturabfalls (1 bis 2 Promille) würde also einer Beschleunigung des Kühlvorganges entsprechen. Bei C ist die Abkühlung schon bis etwa auf die Hälfte der anfänglichen Temperaturerhöhung vorgeschritten

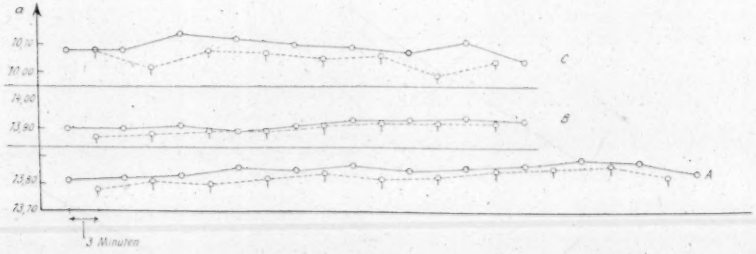

Fig. 5.

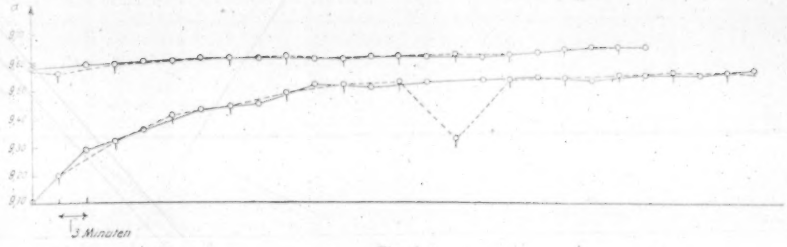

Fig. 6.

(Fall b) und die Differenz ergibt sich zu etwa 5 Promille. Die Wirkung scheint an gewisse Bedingungen geknüpft, die nach vielfach abgeänderten Versuchen namentlich von dem Zustande der Lampe abzuhängen scheinen, es ist aber auch möglich, daß noch besondere Umstände, welche die Folie selbst betreffen, maßgebend sind. Darüber können nur weitere Versuche mit anderen Anordnungen entscheiden. Im allgemeinen scheinen zwei sich entgegenwirkende Vorgänge vorhanden zu sein, die sich gelegentlich aufheben. Es ist mir in einem Falle — siehe Fig. 6 — gelungen, abgesehen von spontan eintretenden Ausnahmen[1]), ein Zusammenfallen der beiden Beobachtungen zu erzielen. Da hierbei die oben erwähnten Schutzplatten benutzt wurden, so wurde in Erwägung gezogen, daß die bei Fig. 5 erhaltenen Differenzen möglicherweise von einer Wirkung ultravioletten Lichtes auf das Thermoelement herrühren könnten, falls vielleicht der Verlauf dieser Drähtchen an irgendeiner Stelle nicht „im Schatten" des Silberstreifens gelegen haben sollte. Durch Drehen des Schliffes habe ich dann in verschiedener Weise absichtlich eine Bestrahlung der Thermodrähte herbeigeführt. Demnach scheint in der Tat bei dem Kupferdrahte eine Wirkung zu bestehen, namentlich wenn er nahe der Lötstelle getroffen wird (in einzelnen Fällen 1 bis 2 Proz. Verringerung der betreffenden Temperatur), eine Erscheinung, die hinsichtlich der von Weidert[2]) an einem *Pt* Selen *Pt*-thermoelement gefundenen Einflusse jedenfalls Beachtung verdient und noch einer besonderen Untersuchung unterzogen werden soll. Aber trotzdem habe ich bis jetzt, auch bei Berücksichtigung des Befundes der Fig. 6, den Eindruck, daß eine besondere, die Ausstrahlung des Silbers beschleunigende Wirkung des ultravioletten Lichtes vorhanden ist. Umfassendere Versuche nach anderen Methoden sind geplant.

1) Siehe unteren Kurventeil Fig. 6.
2) l. c.

Schließlich habe ich einige Versuche an einer 0,0025 mm starken *PtIr*-Folie mit dem gleichen Apparate gemacht. Die Stromstärke betrug hier 0,2 Amp. und die Temperatur der Lötstelle war etwa das Doppelte der bei den anderen Versuchen. Im Mittel habe ich hier keine Wirkung konstatieren können, doch habe ich bei näherer Betrachtung der Folge der bestrahlten und nicht bestrahlten Ausschläge häufig den Eindruck gehabt, daß die Bedingungen für die Abkühlung bei auffallendem Ultraviolett irgendwie geändert sind. Merkwürdigerweise weichen zum Beispiel häufig die Ausschläge bei Bestrahlung weniger sprungweise voneinander ab als ohne dieselbe, als ob irgendwelche Unregelmäßigkeiten des Abkühlungsvorganges durch die Bestrahlung unterdrückt würden.

Vielleicht ist hier auch noch folgendes von Interesse. In einem Falle, bei *PtIr*, war durch einen Defekt an der Gaedepumpe im Verlaufe einer halben Stunde das Vakuum beträchtlich schlechter geworden, so daß die Ausschläge von normal 27,00 bis auf etwa 16,00 herabgingen. Dies hatte auf den Charakter der Messungen keinerlei Einfluß.

Zusammenfassend möchte ich sagen: so unvollkommen die Experimente auch in dieser Form noch sind, so scheinen sie doch trotz der im Mittel geringen und in dem einen Falle der Figur 6, von einzelnen Werten abgesehen, ausgebliebenen Wirkungen für das Vorhandensein eines den Abkühlungsvorgang beschleunigenden Einflusses des ultravioletten Lichtes zu sprechen; und zwar dürfte es sich um einen Einfluß auf die emittierende Schicht des Silbers handeln.

Übrigens scheinen auch hier wie bei so vielen lichtelektrischen Wirkungen gewisse Trägheitserscheinungen mitzuspielen, die im Verein mit einer dem gesuchten Effekte entgegengesetzt superponierten Wirkung den eigentlichen Vorgang verschleiern. Die Klarstellung muß weiteren Versuchen nach anderen Methoden

vorbehalten bleiben. Dabei wäre im Lilienfeldschen extremen Vakuum[1]) mit entsprechend entgasten Metalloberflächen zu arbeiten, um sowohl eine etwa in Betracht kommende Wirkung auf Wärmeleitfähigkeit des Gases von vornherein auszuschließen als zu entscheiden, ob wirklich die Emission des Metalls oder aber, was in Anbetracht der „Lichtempfindlichkeit" gewisser Metallsulfide (und Oxyde?) nicht ausgeschlossen wäre (vgl. weiter unten), etwa eine die Oberfläche des strahlenden Körpers bildende chemische Verbindung für die Wirkung verantwortlich zu machen ist. Ich halte die Erreichung der Lilienfeldschen Kriterien für die „Extremheit" des Vakuums für die einzige zur Zeit vorhandene Gewähr für „definitives" Vakuum, was sich neuerdings bei den schönen Versuchen von W. Germershausen[2]) glänzend bewährt hat.

Zu der hier gewählten Abkühlungsmethode sei noch bemerkt, daß man natürlich die Empfindlichkeit dadurch steigern kann, daß man das Verhältnis von Oberfläche zu Masse anders wählt oder aber, falls dies aus technischen Gründen, z. B. bei Untersuchung dünner Schichten, nicht angängig ist, der Umgebung, mit welcher der Strahlungsaustausch erfolgt, hohes Reflexionsvermögen erteilt. Man könnte auch in Hinblick auf die weiter unten erwogene Möglichkeit, daß sich nur eine Veränderung in der spektralen Energieverteilung ergeben könnte, während die Gesamtemission konstant bliebe, den Fall einer selektiv reflektierenden Umgebung des Versuchskörpers einer Diskussion unterziehen, denn es handelt sich ja hier nicht um Gleichgewichtsstrahlung im Hohlraum.

Die benutzte Anordnung ist übrigens bei genügend lang gewählten Streifen der theoretischen Behandlung zugängig, doch will ich, da es sich ja hier nicht um die quantitative Seite handelt, diese Rechnungen nicht mitteilen. — Die relativ kurzen Kühlzeiten sind in Rücksicht auf die mannigfachen Fehlerquellen, die mit der Zeit schwanken, gewählt worden.

II. Teil. Theoretisches.

Zur Zeit bildet die Frage nach dem physikalischen Sinn der Quantentheorie einen Hauptgegenstand theoretischer Interessen. Wenn auch eine Klärung dieser Fragen begonnen hat — ich will hier nur an die grundlegenden Auffassungen von Sommerfeld[1]) und an die kürzlich erschienene Arbeit von Nernst[2]), deren Bedeutung wohl weit über den quantentheoretischen Ausgangspunkt hinausreicht, erinnern — so ist es doch auch erwünscht, neue experimentelle Wege ausfindig zu machen für die Erforschung des Mechanismus, der den Übergang von Körperwärme in Strahlungsenergie und umgekehrt bewirkt. Danach liegt es unter anderem nahe, optische Vorgänge an der Grenze Körper—Vakuum in Beziehung zu Parametern zu untersuchen, welche dem Experiment zugänglich sind. Einerseits dispersionstheoretische Erörterungen gemessener optischer Konstanten und andererseits eine, meist noch stark spekulative, Bearbeitung lichtelektrischer Forschungsergebnisse haben bereits ein gewisses Material ergeben, aber es wäre gut, wenn man zu einer noch direkteren Erforschung des Wesens der quantenhaften Emission gelangen könnte. Ein systematisches Durchgehen der Möglichkeiten physikalischer Veränderungen optisch wirksamer Schichten (ich denke hier zunächst an das Emissionsvermögen) läßt bei einem Durchsuchen der Literatur eine verhältnismäßig wenig zahlreiche Bearbeitung dieser Probleme erkennen. Ohne auf diesen Gegenstand hier näher einzugehen, sei es gestattet, einige experimentelle Fragen zu berühren, die vielleicht zur Anregung dienen können.

Die weitaus systematischsten Untersuchungen, die hier in Frage kommen, sind jedenfalls die von Rubens[3]) und seinen Mitarbeitern über den Temperatureinfluß auf die Emission von Metallen und Isolatoren. Ursprünglich zur Prüfung der Maxwellschen Theorie unternommen, haben sie neuerdings zu interessanten Vergleichen mit den Atomschwingungsformeln geführt. Bei dem inneren Zusammenhang, der zwischen elektrischer Leitfähigkeit, elektromagnetischer Strahlung und Wärmeleitvermögen besteht, wäre es möglich, daß ein Wärmestrom parallel der Plattenoberfläche auf deren Emissionsvermögen (beziehentlich Reflexionsvermögen) von Einfluß wäre. Die Reflexion ließe sich bei linearem Temperaturgefälle wohl für eine bestimmte mittlere Temperatur als Funktion des Gefälles untersuchen. Man könnte aber für eine direkte Messung der Emission auch an folgendes Experiment denken. Angenommen das Emissionsvermögen als Funktion der Temperatur sei be-

1) Vgl. J. E. Lilienfeld, Die Elektrizitätsleitung im extremen Vakuum. Leipziger Habilitationsschrift 1910 und Ann. d. Phys. **32**, 673, 1910, sowie zahlreiche folgende Publikationen.

2) W. Germershausen, Die Elektronenemission der *Ca O*-Elektrode im Vakuum. Diese Zeitschr. **16**, 104, 1915 und die (noch nicht erschienene?) Leipziger Dissertation.

1) Sommerfeld, Sitz.-Ber. Bayr. Akad. 1911, S. 1; diese Zeitschr. **12**, 1057, 1911 (Naturforschervers.), Solvay-Verhandlungen, deutsch von Eucken (1914 bei Knapp, Halle), S. 252. — Ferner Debye u. Sommerfeld, Ann. d. Phys. **41**, 873, 1913.

2) Nernst, Ber. d. D. Phys. Ges. 1916, S. 83.

3) Vgl. den Bericht von E. Liebreich, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **12**, 205, 1915.

kannt — nach Rubensschen Methoden für die hier ins Auge gefaßten langen Wellenlängen bestimmt —, so würde sich für eine bestimmte Anordnung eines, zunächst linear gedachten, Temperaturgefälles, zum Beispiel bei einer kreisförmigen Platte in radialer Richtung, theoretisch angeben lassen die Emission (einer bestimmten Wellenlänge) der ganzen Platte wie sie wäre, wenn das Emissionsvermögen nur von der Temperatur, nicht aber vom Temperaturgefälle abhängt. Der Wert dieses Integrals wäre dann durch direkte Messungen nach Rubensschen Methoden zu prüfen.

Vielleicht ließe sich dies Problem auch dadurch angreifen, daß man theoretisch die äquivalente Temperatur ermittelte, für welche die Platte ohne Temperaturgefälle die gleiche Emission ergeben müßte, wie im Falle des Temperaturgefälles, so daß das Experiment auf eine Differentialanordnung hinauslaufen würde. Die experimentellen Schwierigkeiten dürften allerdings beträchtlich sein. — Dieser Versuch wäre das thermische Analogon zu dem an sich naheliegenden Versuche, die optischen Konstanten bei durchfließendem elektrischen (Gleich- oder Wechsel-) Strom oder bei Beanspruchung durch elektrische Schwingungen zu untersuchen. Ob derartige Experimente schon vorliegen, weiß ich nicht.

Auf die vielfachen dem Experimente zugänglichen Fragestellungen, wie Aufladung der Fläche auf hohes Potential — selbstverständlich im extremen Vakuum —, Einfluß des Magnetfeldes (zum Teil schon mehrfach untersucht) u. a. will ich hier nicht näher eingehen, sondern nur den Einfluß einer Bestrahlung der emittierenden Platte betrachten.

Faßt man das Problem ganz allgemein, so handelt es sich nicht nur darum, daß die Emission oder Reflexion einer bestimmten Wellenlänge durch die gleichzeitig erfolgende Bestrahlung mit einer ganz anderen, zum Beispiel wesentlich kürzeren Wellenlänge geändert würde, sondern im speziellen um die Abhängigkeit der fraglichen Konstanten von der Intensität der betreffenden Strahlen selbst.

Im allgemeinen scheint das letztere nicht der Fall zu sein, doch ist diese Möglichkeit theoretisch in Betracht gezogen worden[1]) und wie es scheint, gibt es Körper, für welche eine solche Abhängigkeit auch tatsächlich vorhanden ist[2]). — Aus Gründen, die ich an dieser Stelle nicht darlegen will, möchte ich die Frage einer experimentellen Prüfung für wert halten, ob bei sehr geringen Intensitäten der Extinktionskoeffizient und die optischen Konstanten überhaupt sich ändern würden[1]). Für diesbezügliche Messungen dürfte sich eine Beachtung der neuerdings[2]) bei astronomischen Helligkeitsschwankungsmessungen mit Elster- und Geitel-Zellen erreichten Empfindlichkeiten empfehlen.

Hinsichtlich der in Teil I referierten Experimente interessiert hier nur die Erregung mit kurzwelligerem Licht. Sieht man von einem Versuche mit Elektronenstrahlen, bei dem sich die betreffende Fläche in Lilienfeldschem extremen Vakuum[3]) zu befinden hätte, ab, so wird man zwar in erster Linie die kurzwelligen Strahlen für den Versuch ins Auge fassen (auch Röntgenstrahlen), indessen in Rücksicht auf gewisse Körper (siehe weiter unten S. 190) auch sichtbare bis ultrarote heranziehen müssen.

Unabhängig von speziellen Atomvorstellungen[4]) möchte man vermuten, daß durch kurzwellige Strahlen, die eine so tiefgreifende Wirkung hervorbringen können, daß sie Elektronen aus dem Atome auslösen, das elektrische[5]) Leitvermögen unter Umständen merklich ändern und die Elektronen selbst bis zum Austritt aus dem Körper bringen — was nebenbei bemerkt alles Wirkungen sind, die in Parallele zu Temperatureinflüssen stehen — auch noch andere Wirkungen an den Atomen oder am Atomverbande zustandekommen könnten. Dies um so mehr, als, wie man nach lichtelektrischen Forschungen[6]) annehmen muß, nur ein sehr geringer Bruchteil der absorbierten Energie zur Auslösung der Elektronen verbraucht wird. Von

1) Vgl. Solvay-Verhandlungen 1911, deutsch von Eucken bei Knapp, Halle, 1914, S. 103 (Diskussion Bericht Planck).

2) Vgl. Koenigsberger, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 11, 138, 1914.

1) Vgl. hierzu auch J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 7, 386, 1910; für die besprochenen Probleme überhaupt: J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik, Leipzig, bei S. Hirzel. 1910, 1911, 1915.

2) Guthnik u. Prager, Elster- und Geitel-Festschrift 1915, S. 652. Vieweg & Sohn, Braunschweig; P. Guthnik, Ber. d. D. Phys. Ges. 16, 1021, 1914.

3) J. E. Lilienfeld, l. c.

4) Über Atommodelle vgl. außer den neueren Arbeiten von Sommerfeld, Elster- und Geitel-Festschrift 1915, S. 549, und Debye, Ber. Münch. Akad. 1915, S. 1, namentlich die zusammenfassende Untersuchung von F. A. Lindemann, Verh. d. D. Phys. Ges. 1914, S. 281, sowie die von ganz anderen Gesichtspunkten an diese Probleme herantretenden Arbeiten von A. Byk, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 524, 1913; 16, 850, 1914; Ann. d. Phys. 42, 1417, 1913; sowie: G. Mie, Ann. d. Phys. 37, 511, 1910; 39, 1, 1912; 40, 1, 1913.

5) Möglicherweise auch das Wärmeleitvermögen; Bellati u. Lussana, Beibl. Ann. d. Phys. 11, 818, 1887; Pochettino u. Trabacchi, Nuovo Cim. 13, 29, 1907; Ann. Beibl. 31, 1128, 1907; S. P. Sieg, Phys. Rev. 6, 213, 1915.

6) Pohl u. Pringsheim, Die lichtelektrischen Erscheinungen, Braunschweig 1914, S. 94 und Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 173, 1913 (S. 183); Hallwachs, Die Lichtelektrizität in: E. Marx, Handbuch der Radiologie, Bd. III, Leipzig 1916, S. 506.

der zur Verfügung stehenden Energie abgesehen, kann man sich auch vorstellen, daß die Atome bei der Elektronenabspaltung ihr physikalisches Verhalten bis zu gewissem Grade ändern. Hinsichtlich der elektronischen Auffassung der chemischen Valenz[1]) steht dies übrigens in Zusammenhang mit der Frage, inwieweit die optischen Eigenschaften der Atome sich beim Eingehen einer chemischen Verbindung ändern.

Für den Zusammenhang der ultravioletten und ultraroten Eigenschwingungszahl hat bekanntlich F. Haber[2]) die Formel aufgestellt[3])

$$\nu_{\text{rot}} = 42{,}81 \sqrt{M} \cdot \nu_{\text{violett}},$$

worin M das Molekulargewicht des im Ultrarot schwingenden Gebildes ist. Dieser keineswegs selbstverständliche Zusammenhang, der bei entsprechender Definition vom M wahrscheinlich nicht nur in solchen Fällen, wie den von Haber[4]) bei Steinsalz und Sylvin berechneten, sondern auch bei Metallen eine Bedeutung zukommen wird, legt den Gedanken nahe, daß bei einer Abtrennung des dem ν_{violett} zukommenden Elektrons das zugehörende rote System seine Schwingungszahl etwas verändert. Im Falle monochromatischen erregenden Lichtes, für dessen Wirkungsart man zunächst an irgendeinen Resonanzvorgang[5]) denken mag, würde somit eine Änderung in der spektralen Verteilung der emittierten Energie zu erwarten sein, bei der aber die Gesamtemission ungeändert bleiben könnte. — Die Experimente wären also nach Reststrahlenprinzipien anzustellen; vielleicht wäre es zu empfehlen, selektiv reflektierende Körper auf den Einfluß erregenden Lichtes, dessen Schwingungszahl nach der Haberschen Formel gewählt wäre, zu untersuchen.

Vom Standpunkte der Maxwellschen Theorie aus wäre mit einem gewissen Rechte bei Körpern, welche ihr elektrisches Leitvermögen bei Bestrahlung ändern, ein Einfluß auf das Reflexions- und Emissionsvermögen zu erwarten. Es sei n der Brechungsexponent, α der Absorptionskoeffizient, ε die Dielektrizitätskonstante, T die Schwingungsdauer, σ das in absolutem elektromagnetischen Maße gemessene elektrische Leitvermögen, c die Lichtgeschwindigkeit und r das Reflexionsvermögen, so ist, wenn man die Permeabilität $\mu = 1$ setzen kann, bekanntlich[1]), von Eigenschwingungen abgesehen, für einen im Vakuum befindlichen absorbierenden Körper bei senkrecht auffallenden ebenen Wellen:

$$r = \frac{(1-n)^2 + \alpha^2}{(1+n)^2 + \alpha^2}; \qquad n^2 - \alpha^2 = \varepsilon \quad | \quad n\alpha = \sigma^2 T \quad |$$

$$n^2 = \frac{\varepsilon}{2} + \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + \sigma^2 c^4 T^2}$$

$$\alpha^2 = -\frac{\varepsilon}{2} + \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + \sigma^2 c^4 T^2}$$

und nach dem Kirchhoffschen Gesetze gilt für das auf den schwarzen Körper bezogene Emissionsvermögen e

$$e = 1 - r = \frac{4n}{(1+n)^2 + \alpha^2}.$$

Als solche „lichtempfindliche" Körper sind bekannt: Selen, Tellur, Schwefelsilber, Antimonglanz, Jodsilber, granuläres Silber, Kupferjodür, Kupferoxyd, Ruß. Vermutlich würden sich bei systematischem Suchen noch andere derartige Substanzen finden lassen. — Die bekannte große Wirkung am Selen[2]) hat Amaduzzi[3]) veranlaßt, mit einem Leslieschen Würfel, dessen Seiten mit verschiedenen Modifikationen von Selen überzogen waren und intensiv bestrahlt

1) J. Stark, Atomdynamik, l. c. und zahlreiche andere Arbeiten von Stark.

2) F. Haber, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 1117, 1911.

3) Vgl. hierzu: F. A. Lindemann, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 1107, 1911; K. Eisenmann, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 318, 1912.

4) F. Haber, l. c. S. 1123.

5) Der Resonanzvorgang, ob man ihn prinzipiell für die Elektronenablösung heranziehen will oder nicht, bildet eine Schwierigkeit in den lichtelektrischen Theorien, denn streng genommen, muß er für den hier vorliegenden Fall überhaupt erst definiert werden. Man vergleiche hierzu außer der grundlegenden Arbeit von Debye u. Sommerfeld, Ann. d. Phys. **41**, 873, 1913, namentlich: Hallwachs, Die Lichtelektrizität, § 42 in: E. Marx, Handbuch der Radiologie, Bd. III, Leipzig 1916; Pohl u. Pringsheim, Die lichtelektrischen Erscheinungen, Braunschweig 1914, Kapitel X (speziell S. 93); R. Ladenburg, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **6**, 476, 1909; A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 132, 1905; J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik, Bd. II, Leipzig 1911, § 35; F. A. Lindemann, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 482, 1911 (dabei zu Seite 488: J. Stark, l. c. S. 112, Fig. 21, diese Zeitschr. **9**, 85, 1908); E. Wertheimer, diese Zeitschr. **12**, 408, 1911; K. Herrmann, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 936, 1912; F. A. Lindemann, Über die Grundlagen der Atommodelle, Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 281, 1914; A. Byk, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 531, 1913, Ann. d. Phys. **42**, 1442, 1913; G. Mie, l. c., IV. Kapitel.

1) Vgl. z. B. Drude, Physik des Äthers, Stuttgart 1894, Kapitel XI, und Lehrbuch der Optik, 3. Aufl., Leipzig 1912, Kapitel IV, auch Baedeker, Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern, Braunschweig 1911, S. 127 ff.

2) Ch. Ries, Das Licht in seinen elektrischen und magnetischen Wirkungen, Leipzig 1909; Ch. Ries, Die elektrischen Eigenschaften und die Bedeutung des Selens für die Elektrotechnik, 2. Aufl., Berlin-Nikolassee 1913, und diese Zeitschr. **12**, 480 u. 522, 1911. Die Selenliteratur ist, auch namentlich in Hinblick auf optische Messungen, in den letzten Jahreu sehr stark angewachsen. Hier sei auf die wegen erstmaliger Beobachtung von Sättigungsströmen in Metallen grundlegende Arbeit von F. Kaempf, diese Zeitschr. **13**, 686, 1912 sowie auf die bemerkenswerte Arbeit von H. Greinacher, Verh. d. D. Phys. Ges. **18**, 117, 1916 besonders hingewiesen.

3) Amaduzzi, Rend. Linc. **17**, 590, 1908; Beibl. Ann. d. Phys. **33**, 96, 1909; Fortschritte der Phys. 1908.

wurden, nach einer Änderung der Emission zu suchen — er hat aber keinen Einfluß gefunden. Ferner konnte Pfund[1]) „keinerlei Änderung an den optischen Konstanten entdecken, wenn das Metall [Selen] mit einem zweiten Lichtstrahl von sehr großer Intensität belichtet wurde." Nach obigen Formeln ist dies Ergebnis vorauszusehen, denn es liegen hier trotz des metallischen Charakters dieses Selens wesentlich andere Verhältnisse vor als bei den Versuchen von Hagen und Rubens[2]), an die man hier unwillkürlich denken wird, bei welchen die Leitfähigkeitsänderung von Metallen sich sehr stark von Einfluß auf das Emissionsvermögen zeigt, was bekanntlich in guter Übereinstimmung ist mit einer für die benutzten Reststrahlenwellenlängen gültigen einfachen Formel[3]). Das elektrische Leitvermögen des lichtempfindlichen Selens ist ziemlich gering. Der spezifische Widerstand in Ohm/cm wird bei Ries[4]) zu $4 \cdot 10^5$ angegeben. Der Brechungsexponent ist nach einer Mitteilung von Gripenberg[5]) für metallisches Selen etwa 3,5 und für α[6]) kann man aus einer Kurve für die prozentische Absorption einer metallischen Selenschicht von $4{,}5 \cdot 10^{-6}$ cm Dicke bei Pfund[7]) für $\lambda = 1\mu$ ungefähr den Wert $\alpha = 0{,}1$ ermitteln. Damit ergibt sich:

$$r = \frac{6{,}25 + 0{,}01}{20{,}25 + 0{,}01} = 0{,}309 \cdot$$

Also rund 31 Proz., während nach der Kurve von Pfund r von $\lambda = 600$ bis $\lambda = 1000\ \mu\mu$ langsam abnimmt von etwa 29 Proz. bis zu 24 Proz. Da sich $\sigma^2 c^4 T^2$ hier zu $0{,}56 \cdot 10^{-16}$ ergibt, so würde nach diesen Formeln von einem Einfluß des Leitvermögens und seiner Schwankungen auf n keine Rede sein können und da α dann entsprechend[8])

$$\alpha = \frac{\sigma c^2 T}{n} = \frac{\sigma c^2 T}{\sqrt{\varepsilon}}$$

gleich $2{,}14 \cdot 10^{-9}$ wäre, so würde jedenfalls von diesem Gesichtspunkte aus durchaus keine Änderung von r und damit ε bei Bestrahlung zu erwarten sein.

Eine sorgfältige experimentelle Prüfung des Verhaltens von α während einer Änderung von σ wäre aber zweifellos von Interesse und naheliegender als die Prüfung von r oder ε. Versuche in dieser Richtung sind mir nicht bekannt.

Die Herstellung brauchbarer dünner Schichten aus metallischem Selen ist nach Pfund[1]) sehr schwierig. Übrigens müßte sich für eine Änderung von r um 1 Proz. der obige beobachtete Wert von α um 6,5 Proz. ändern, falls n und ε konstant bleiben, worüber nichts bekannt). In Anbetracht des neuerdings stark zunehmenden Selen-Interesses wären umfassendere Messungen im Ultrarot unter Einfluß „erregender" Belichtung bei spektraler Zerlegung sehr erwünscht, am besten unter gleichzeitiger Messung des elektrischen und lichtelektrischen Verhaltens.

Soweit es aus den Beiblättern, beziehentlich Fortschritte der Physik-Referaten zu entnehmen ist, hat Amaduzzi nur die Gesamtemission untersucht, man müßte aber, wie schon oben S. 188 erwähnt, mit der Möglichkeit rechnen, namentlich bei spektral begrenztem Erregungslichte, daß nur eine Änderung der Energieverteilung eintreten würde. Auch wäre es von Interesse, den Einfluß der Temperaturänderung auf r und ε bei metallischem Selen zu untersuchen, da ein solcher dem Obigen zufolge nicht vorhanden sein darf. Es wäre zweifellos wichtig, das optische Verhalten in zwei verschiedenen Fällen, in welchen die gleiche Widerstandsänderung auf verschiedene Art bewirkt wird (mechanische[2]) Einflüsse, Magnetfeld [Wismut!] u. a.) zum Vergleich zu gewinnen. Die hier in Erinnerung gebrachten Gesichtspunkte gelten auch für andere lichtempfindliche Körper. In Rücksicht auf Eigenschwingungsfragen könnte man beim Selen den Versuch machen, die spezifische Wärme unter Einfluß der leitfähigkeitsändernden Bestrahlung zu messen — ein Problem, das allerdings bedeutende Schwierigkeiten haben wird.

Etwas günstiger als bei Selen liegen die

1) Siehe P. J. Nicholson, diese Zeitsdhr. **14**, 1213, 1913, § 4, wo nicht veröffentlichte Versuche von Pfund erwähnt sind.

2) Hagen u. Rubens, Sitz.-Ber. Akad. d. Wiss. Berlin 1903, 269, 410; 1909, 478; 1910, 467; vgl. auch: E. Liebreich, Bericht üb. neuere Fortschritte i. d. Untersuchung des langwelligen ultraroten Spektrums, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **12**, 205, 1915.

3) l. c. 1910, 468; 1903, 410; 1910, 467; Planck, ebenda, 1903, 278; Cohn, ebenda, 1903, 1; Drude, Physik d. Äthers, S. 574.

4) Ries, Das Licht, S. 210.

5) Gripenberg, diese Zeitschr. **14**, 123, 1913.

6) In bekannter Weise definiert durch: $e^{\frac{-4\alpha\pi z}{\lambda}}$ um welchen die Intensität der Strahlung mit der Wellenlänge λ im Vakuum beim Durchlaufen der Strecke z im Körper geschwächt wird.

7) Pfund, diese Zeitschr. **10**, Fig. 4, 340, 1909.

8) Drude, Physik d. Äthers, S. 573.

1) Pfund, l. c., S. 342.

2) S. Nakamura, Ann. d. Phys. **20**, 807, 1906 (bei *Ag* Einfluß permanenter Dehnung auf die optischen Konstanten), vgl. aber H. Rumpelt, Ann. d. Phys. **28**, 622, 1909. Bei einer eventuellen Fortsetzung derartiger Versuche im langwelligen Gebiete wäre es zweckmäßig, die „akzidentelle" elektrische Leitfähigkeit, sowie nach Baedeker u. Vehrigs, Ann. d. Phys. **44**, 783, 1914; Vehrigs, Vollständige Bestimmung der Konstanten der akzidentellen Thermokräfte, Langensalza 1914, gleichzeitig die Thermokraft zu messen.

Verhältnisse vielleicht bei anderen lichtempfindlichen Körpern mit größerem Leitvermögen, trotz der damit verbundenen erheblich geringeren Widerstandsänderung. Der spezifische Widerstand w_0 des Tellurs in Ohm/cm liegt nach W. Haken[1]) zwischen 0,25 (Tellur β) und 0,0059 (Tellur α). Welcher Wert dem lichtempfindlichen Tellur zukommt, scheint nicht näher bekannt zu sein. Probiert man, um eine ungefähre Schätzung zu ermöglichen, verschiedene Zahlenwerte durch: w_0 zwischen 0,25 und 0,006, ε zwischen 1 und 12, so gelangt man für eine spezifische Widerstandsänderung um 1 Proz. zu Schwankungen von r bis zu einigen Prozenten. Mindestens bei Anwendung langwelliger Reststrahlen[2]) erscheint von diesem Gedankengange aus die fragliche Änderung von r einer Messung zugänglich, doch dürfte auch für $\lambda = 8\,\mu$, was bekanntlich bei Temperaturen zwischen 0 und 100° C ungefähr dem Energiemaximum entsprechen würde, eine Schwankung von ε beobachtbar werden. — Die Reflexion des Tellurs hat W. W. Coblentz[3]) zwischen 0,5 und 9 μ bestimmt. — Tellur ist bekanntlich ein vielfach untersuchter Körper, so daß die Feststellung des fraglichen Emissionseffekts hier besonderes Interesse bieten würde.

Der Antimonglanz, dessen Lichtempfindlichkeit von F. M. Jaeger[4]) entdeckt und von Hilda von Martin[5]) bis ins Ultrarot verfolgt worden ist, besitzt zwar einen noch höheren spezifischen Widerstand als Selen, würde aber mit den vorliegenden beobachteten Werten von n und α, falls α, wie es nach einer Bemerkung von Koenigsberger[6]) möglich erscheint, beeinflußbar ist, im Bestrahlungsfalle doch eine geringe Änderung von r beziehentlich e möglich erscheinen lassen.

In Betracht käme auch das vom Ultraviolett bis Ultrarot lichtempfindliche Schwefelsilber[7]), doch wäre hier zu beachten, daß die Leitung wohl nicht rein metallisch erfolgt im Gegensatz zu Selen, dessen elektronische Leitfähigkeit als sichergestellt angesehen werden darf[8]).

Einige andere „lichtempfindliche" Substanzen, wie Jodsilber[1]), granuläres Silber[2]) und namentlich die künstlichen metallischen Leiter von Baedeker[3]) lassen noch keine weitere Diskussion zu. Vielleicht würde man aber gerade mit diesen künstlichen lichtempfindlichen metallisch leitenden Schichten wegen der dabei möglichen Variation der elektronischen Eigenschaften Bedingungen erreichen können, unter denen das Leitvermögen genügend groß und dabei noch in geringem Grade lichtempfindlich wäre. Die oben zitierte Arbeit von Greinacher legt es nahe, auch die optischen Konstanten bei der von ihm gefundenen Leitfähigkeitsänderung durch Wechselstrom zu untersuchen.

Um schließlich nochmals auf meine Versuche am Silber zurückzukommen, so ist im Auge zu behalten: von einer Änderung der elektrischen Leitfähigkeit bei Bestrahlung, die früher behauptet worden ist[4]), kann nach den auf Veranlassung von O. Wiener durch K. Baedeker[5]) angestellten Experimenten keine Rede sein. Wenn man also nach meinen Beobachtungen mit einem kleinen Einflusse auf das Emissionsvermögen zu rechnen hat, so muß dies, wie oben erörtert, auf einer besonderen, nicht mit dem elektrischen Leitvermögen in direktem Zusammenhange stehenden Wirkung[6]) beruhen — oder aber: es würde sich handeln um eine vom reinen homogenen Silber verschiedene emittierende Schicht, deren Oberflächenstruktur durch chemische Verunreinigungen oder die mechanische Herstellung der Folie bedingt ist. Es wäre denkbar, daß Verunreinigungen durch Oxyde oder Sulfide, welche ja lichtempfindlich sind, vorhanden wären, da ja sehr dünne Schichten[7]) genügen.

Übrigens scheint im allgemeinen die zur Veränderung der elektrischen Leitfähigkeit erforderliche erregende Wellenlänge um so kleiner zu sein, je höher diese ist. Die Versuche von Baedeker würden, mit etwas größeren Schichtdicken, eine Wiederholung mit sehr harten Röntgenstrahlen erfordern.

Endlich sei noch ein allgemeiner Gesichtspunkt für weitere Emissionsexperimente ange-

1) W. Haken, Ann. d. Phys. **32**, 291, 1910.
2) Vgl. Liebreich, l. c.
3) W. W. Coblentz, Bull. Bureau Standards **7**, 215, 1911 (Nr. 152).
4) F. M. Jaeger, Versl. K. Ak. van Wet. **15**, 724, 1907; Ann. Beibl. **31**, 789, 1907; Zeitschr. f. Krist. **44**, 45, 1907; Ann. Beibl. **32**, 640, 1908; vgl. auch Ries, Das Licht, S. 220.
5) Hilda von Martin, geb. Landschütz, diese Zeitschr. **12**, 47, 1911.
6) J. Koenigsberger, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **11**, 138, 1914.
7) Ries, Das Licht, S. 214.
8) Ries, diese Zeitschr. **12**, 480 u. 522, 1911; F. Kaempf, l. c.

1) H. Scholl, Ann. d. Phys. **16**, 193, 1905; Zeitschr. f. wiss. Phot. **4**, 1, 1906.
2) W. Wilson, Ann. d. Phys. **23**, 107, 1907.
3) Baedeker, diese Zeitschr. **9**, 431, 1908.
4) Vgl. Ries, Das Licht, S. 223.
5) K. Baedeker, Leipziger Ber. **55**, 198, 1903; Ann. Beibl. **28**, 724, 1904.
6) In bezug auf die von Sieg l. c. konstatierte Tatsache, daß bei Selen das Wärmeleitvermögen in seinem Verhalten auch nicht annähernd dem des elektrischen entspricht (Effekt sicher unter 5 Proz.), wäre bei Metallen ein analoges Experiment erwünscht.
7) Etwa 10^{-6} cm, vgl. Ries, diese Zeitschr. 12, 528, 1911.

geben. Man könnte die Bestrahlung bei Verhältnissen vornehmen, welche irgendeinem physikalisch „labilen" Zustande des betreffenden Systems entsprechen. Abgesehen von einer, vielleicht aussichtsreichen, Verwendung von Körpern wie die Lenardschen Erdalkaliphosphore[1]), wäre an besondere Temperaturen: Schmelzpunkt, magnetische Umwandlungspunkte und ähnliches zu denken, bei denen eine quasi unstetige Veränderung physikalischer Eigenschaften statthat.

Meinem hochverehrten Chef, Herrn Professor K. R. v. Koch danke ich verbindlichst für gütige Bereitstellung von Apparaten, Herrn Geheimen Hofrat Professor Des Coudres in Leipzig bin ich für die leihweise Überlassung des Pendelunterbrechers zu großem Danke verpflichtet.

Stuttgart, Physikal. Inst. d. Königl. Techn. Hochschule, März 1916.

(Eingegangen 15. April 1916.)

1) Vgl. u. a. P. Lenard, Elster- u. Geitel-Festschrift, S. 660; Literatur auch bei Hallwachs l. c. S. 448, 581.

BESPRECHUNGEN.

J. Rippel, Methodik des Unterrichts in der Chemie. gr. 8. II u. 130 S. mit 8 Abbildungen. Wien, A. Pichlers Witwe u. Sohn. 1915. Geheftet M. 2.55, gebunden M. 3.—

Ein Analogon etwa zu dem in Deutschland von Baumeister herausgegebenen „Handbuch der Erziehungs- und Unterrichtslehre für höhere Schulen" bildet die in Österreich von Scheindler herausgegebene „Praktische Methodik für den höheren Unterricht", von dem das Rippelsche Buch einen Teil bildet. Der Verfasser schildert zunächst die mannigfachen Wandlungen, die der chemische Unterricht an den österreichischen Mittelschulen durchgemacht hat, um sodann auf Unterrichtsverfahren und anzustrebendes Lehrziel überzugehen: Auf experimentellem Weg erworbenes Verständnis chemischer Vorgänge und ihrer Gesetzmäßigkeiten. Übersichtliche Kenntnis der wichtigsten Grundstoffe und derjenigen Verbindungen, die wegen ihres Vorkommens, ihrer Rolle im Haushalte der Natur und ihrer praktischen Verwertung oder in theoretischer Hinsicht von Bedeutung sind; Verständnis der wichtigsten chemischen Vorgänge des gewöhnlichen Lebens. Alsdann wird die Art und Weise des an den verschiedenen Schulen zu erteilenden Chemie-Unterrichts besprochen, besonders eingehend an den Realschulen, wo folgende Einteilung vorgenommen wird: I. Unterstufe: Die ersten Unterrichtsstunden in der Chemie, der mineralogische Anfangsunterricht, Fortsetzung des chemisch-mineralogischen Lehrgangs. II. Oberstufe: Die Chemie der Nichtmetalle, das periodische System der Elemente, die Chemie der Metalle; die aliphatischen Verbindungen; das chemische Praktikum.

R. Lucas.

Enzyklopädie der Photographie. gr. 8. Halle a/S. Wilhelm Knapp.

Heft 83: M. Andresen, Das latente Lichtbild, seine Entstehung und Entwicklung. VIII u. 61 S. mit 4 in den Text gedruckten Abbildungen. 1915. M. 2.40

Die Schrift ist der Beitrag eines um die Vervollkommnung des photographischen Prozesses verdienten Mannes zu den Versuchen, den weiten Abstand zu verringern, in welchem die technische Beherrschung des photographischen Vorganges der Theorie vorangeeilt ist. Die Natur des „latenten Bildes", des ersten — innerhalb eines geringen Bruchteils einer Sekunde entstehenden — nur durch die „Entwicklung" zur Wahrnehmung gelangenden Lichtproduktes bildet ein viel umstrittenes Problem. Die naheliegende Auffassung des latenten Bildes als qualitativ identisch mit dem bei mehr als tausendfach längerer Belichtung sichtbar werdenden Reaktionsprodukt, dem gewöhnlichen metallischen Silber, hat sich als nicht haltbar erwiesen. Neben dieser „Silberkeimtheorie" hat die Subbromidtheorie Vertreter gefunden, welche ein oder eine Anzahl von nicht bis zum Metall gehenden Reduktionsprodukten des Bromsilbers annimmt, und weiter eine „Strukturtheorie", die auf Grund der im Licht beobachteten Zerstäubungen im latenten Bild lediglich physikalisch verändertes Bromsilber sieht, das durch Auflockerung für Reduktionsmittel leichter angreifbar geworden ist. Während in einer anderen früher erschienenen Schrift der gleichen Sammlung Lüppo-Cramer für eine modifizierte Silberkeimtheorie eintritt, nach der im Licht nicht gewöhnliches, sondern kolloidales Silber entsteht, das als „Adsorptionsverbindung" das latente Bild ausmacht, stützt sich Andresen in seinen Ausführungen auf die Annahme einer ursprünglich bestehenden Verbindung von $(AgBr)_n$ + Gelatine. Die Annahme erweist sich als brauchbare Arbeitshypothese. Gegenüber der Kompliziertheit des Systems, welches die photographische Platte nach der sogenannten Reifung und gar nach der Belichtung darstellt, äußert er resigniert: „Man möchte fast annehmen, daß es niemals gelingen wird, diese verzwickten Verhältnisse restlos aufzuklären. Wir werden uns in den verschiedenen Stadien unserer Erkenntnis der Natur des latenten Bildes damit begnügen müssen, unsere Vorstellungen jeweilig mit dem vorliegenden Tatsachenmaterial möglichst in Einklang zu bringen."

Es sind in der kleinen Schrift eine Menge interessanter Beobachtungen über den photographischen Prozeß mitgeteilt. Sie gibt im Verein mit der oben genannten von Lüppo-Cramer einen guten Überblick über die von den verschiedensten Seiten her unternommenen Versuche, der Erkenntnis des latenten Bildes näher zu kommen. A. Coehn.

Heft 7: Hugo Müller, Die Mißerfolge in der Photographie und die Mittel zu ihrer Beseitigung (Photographisches Fehlerbuch). I. Teil: Negativverfahren. VII u. 113 S. mit 4 Figuren im Text, 8 Tafeln und einem Sachregister. Vierte verbesserte und vermehrte Auflage. 1913. Geheftet M. 2.—, gebunden M. 2.60

Für das Fehlen eines über die Mitteilung von Rezepten hinausgehenden Lehrbuches der Photographie ist die immer weiter anschwellende Menge der von theoretischer Begründung der Vorgänge absehenden Unterweisungen kein Ersatz. Der Verfasser der vorliegenden Schrift hat einen eigenen Ton gefunden, indem er nicht das Positive, das was beachtet werden muß, in den Vordergrund stellte, sondern das Nichtsollende, die Folgen von Mängeln der Apparatur und Fehlern in den verschiedenen Stadien des Prozesses. Daß er damit eine vielen willkommene Form für die Mitteilung praktischer Erfahrungen gefunden hat, wird durch das Erscheinen bereits der vierten Auflage des „Fehlerbuches" bewiesen. Auch dem Geübteren dürfte das Büchlein zuweilen nützlichen Rat geben, wenn es sich um Rettung fehlerhafter Aufnahmen handelt. Weniger gelungen als die Angaben über Abhilfe bei Mißerfolgen des photographischen Verfahrens sind die über Linsenfehler. Die vorgeschlagene Prüfung über Astigmatismus sagt darüber nichts aus. A. Coehn.

H. v. Mangoldt, Einführung in die höhere Mathematik für Studierende und zum Selbststudium. III. Band: Integralrechnung. gr. 8. X u. 485 Seiten mit 111 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1914. Geheftet M. 13.60, gebunden M. 14.60.

Bei der Besprechung der beiden ersten Bände des Lehrbuches von H. v. Mangoldt (diese Zeitschr. 14, 85, 1913) habe ich schon die Tendenz des Werkes charakterisiert und besonders hervorgehoben, daß dieses Buch sowohl wegen der Sorgfalt, mit welcher die Grundlagen der Infinitesimalrechnung behandelt werden, als auch wegen der Klarheit und Einfachheit seiner Sprache ganz besonders zu empfehlen ist. Der vorliegende dritte Band besteht vor allem in einer vollständigen Theorie der einfachen und mehrfachen Integrale, die alles Grundlegende enthält, was man zum Studium der Fourierschen Reihen, der komplexen Funktionentheorie, der Theorie des logarithmischen und gewöhnlichen Potentials, und der Maxwellschen Theorie braucht. So findet man z. B. eine einfache Ableitung des zweiten Mittelwertsatzes, eine besonders schöne Darstellung des Goursatschen Beweises für den Fundamentalsatz von Cauchy, und ein Kapitel über die Integralsätze von Gauß, Green und Stokes, welche die Grundlage so vieler physikalischer Theorien bilden. Auch die Anwendungen auf Volumen-, Gehalts- und Schwerpunktsberechnungen sind geschickt ausgesucht.

Dagegen ist der Teil des Buches, der sich mit Differentialgleichungen befaßt, entschieden zu kurz ausgefallen. Es wäre zu begrüßen, daß der Autor bei der zweiten Auflage seines Buches diese Kapitel weiter ausbauen wollte; in einem so umfangreichen Werke müßten die gewöhnlichen Differentialgleichungen mindestens soweit berücksichtigt werden, wie man sie in der Mechanik braucht. Ich denke dabei vor allem an die Differentiation nach einem Parameter, an die Abhängigkeit der Lösungen von ihren Anfangswerten, an gewisse Randwertprobleme und an das Verhalten der Lösungen in der Umgebung der am häufigsten vorkommenden singulären Stellen; das Studium der Differentialgleichung

$$y' = \frac{kx + ly}{mx + ny}$$

in der Umgebung des Anfangspunktes der Koordinaten kommt z. B. für diese letzte Fragestellung in Betracht.
C. Carathéodory.

Max J. Langguth, Der physikalische Schülerversuch in der Volksschule. 8. IV u. 187 S. mit 63 Textabbildungen. Hildesheim u. Leipzig, A. Lax. 1914. Geheftet M. 3.—, gebunden M. 3.70

Das Buch wünscht auch der Volksschule das physikalische Schülerpraktikum zugänglich zu machen. Da aber diese in der Regel nicht über ausgiebige Mittel zu verfügen pflegt, so muß nach des Verfassers Ansicht die Apparatur von den Schülern selbst aus wohlfeilen Materialien, als da sind Zigarrenkisten, Wellpappe, eiserne Nägel, Drahtenden u. ähnl., gefertigt werden, wozu genauere Anweisungen gegeben werden. Die Schülerübungen werden dadurch mehr zu einem Handfertigkeitsunterricht, wodurch sich von selbst ergibt, daß die Zahl der zur Bearbeitung kommenden Aufgaben verhältnismäßig bescheiden sein muß. Das Buch ist gut gemeint und würde wirklich Gutes leisten, wenn die Darstellung nicht durch eine etwas lästige Breite beeinträchtigt würde. Der Verfasser will offenbar volkstümlich wirken, müßte sich aber vor so manchen Ungereimtheiten im Ausdrucke hüten. Behrendsen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der ständige Mitarbeiter Dr. Friedrich Hoffmann zum Kais. Professor und Mitglied der Assistent Dr. Johann Disch zum ständigen Mitarbeiter der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, der a.o. Professor an der Universität Jena Dr. Wilhelm Schlenk zum ord. Professor der anorganischen Chemie an der Universität Wien, Professor Gilbert J. Morgan vom Royal College of Science in Dublin zum Professor der Chemie am Technical College of the City and Guilds of London Institute in Finsbury, der Observator beim Astrophysikalischen Observatorium in Potsdam Professor Gustav Eberhard zum Hauptobservator daselbst, Dr. Richard Prager zum Observator an der Universitätssternwarte in Babelsberg.

Berufen: Der a.o. Professor der Mathematik an der Universität Czernowitz Dr. Hans Hahn in gleicher Eigenschaft an die Universität Bonn.

In den Ruhestand: Der ord. Professor für reine Mathematik an der Universität Zürich Dr. Ernst Zermelo (aus Gesundheitsrücksichten).

Gestorben: Der ord. Professor für Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Wien (früher in Braunschweig) Dr. Ing. Karl Czeija (gefallen am 16. April 1916 auf dem südöstlichen Kriegsschauplatz), der Photochemiker Johannes Gaedicke in Berlin (Herausgeber des Photographischen Wochenblattes).

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

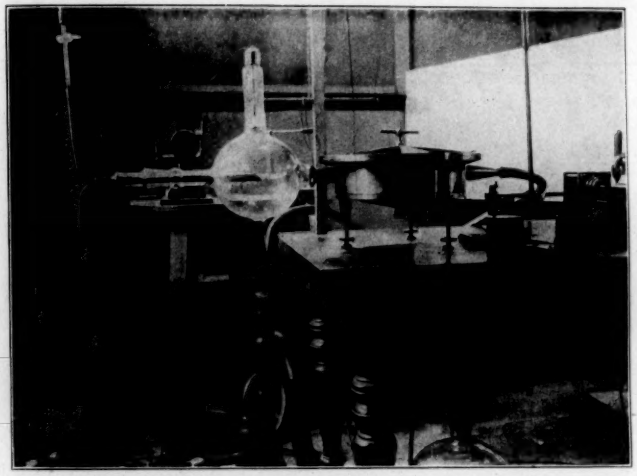

Fig. 3.

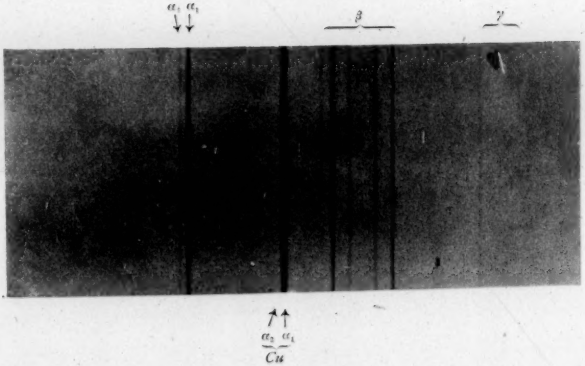

Fig. 4. Hochfrequenzspektrum (Z-Reihe) des Aldebaraniums.